COPIRELEM

***Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.***

Concours externe
de recrutement
des Professeurs des Ecoles

# Mathématiques

# Annales 2003

***Sujets et corrigés***

ARPEME

***(Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole. ).***

UNIVERSITE DENIS DIDEROT
IREM PARIS 7

***(Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques)***

# COPIRELEM

***Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.***

Concours externe
de recrutement
des Professeurs des Ecoles

# Mathématiques

# Annales 2003

***Sujets et corrigés***

**Ces annales ont été rédigées par**


**J. C. Aubertin** ( IUFM de Franche-Conté )
**A.Berté** ( IUFM d'Aquitaine **)**
**N.Bonnet** (IUFM de Bourgogne)
**J.Briand** ( IUFM d'Aquitaine **)**
**A.Duval** ( IUFM d'Aquitaine )
**P.Eysseric** (IUFM d'Aix-Marseille).
**C. Houdement** ( IUFM de Normandie )
**G. Le Poche** (IUFM de Bretagne).
**M.L.Peltier** ( IUFM de Normandie )


Chaque sujet est pris en charge par trois correcteurs

La relecture finale du document a été effectuée par **:**
**Florence Michon** (IUFM Grenoble),
**Claude Maurin** (IUFM Aix-Marseille).

# REMERCIEMENTS


Ces annales ont pu être menées à bien grâce aux contributions de personnes, association et institutions :

- **Nos collègues formateurs à l'enseignement des mathématiques qui exercent en IUFM, ou en circonscriptions**, qui ont fait parvenir les sujets.

- **L'ARPEME** (Association pour l'élaboration et la diffusion de ressources pédagogiques sur l'enseignement des mathématiques à l'école. )

***Cette association a pour but de favoriser le développement de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école et sur la formation des professeurs à l'enseignement des mathématiques :***

- en aidant à la communication d'expériences, à la diffusion de documents de formation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques.
- en apportant un soutien à l'organisation de colloques et séminaires de réflexion rassemblant les formateurs intervenant à divers titres dans la formation en mathématiques des professeurs.
- en prenant en charge l'élaboration, l'impression et la diffusion de tous documents utiles pour les formateurs en mathématiques des professeurs des écoles : documents pédagogiques écrits et audiovisuels, actes des colloques, comptes-rendus de séminaires.

- **La COPIRELEM** (Commission permanente des **IREM** pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire) et l'**'IREM (Institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques) de l'université de Paris VII Denis Diderot**.

# SOMMAIRE

## Informations



## Les sujets et leurs corrigés

# L'ÉPREUVE DU CRPE EN MAI 2003

**Textes officiels de référence :**
- BO n° 5 janv 92 définissant les épreuves des concours de professeurs des Ecoles.
- Le recueil de textes réglementaires sur les IUFM de Janvier 1992 (MEN)
- BO n° 43 nov 94 : recommandations relatives aux concours de recrutement des professeurs des Ecoles.
- BO n° 45 déc 94 : Référentiel des compétences et capacités caractéristiques d'un professeur d'Ecole
- La note de service 94-271 du 16 nov. 96 sur de nouvelles recommandations relatives aux concours de recrutement des professeurs des Ecoles.

L'épreuve du CRPE se présente actuellement[1] comme suit :

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

- Cette partie vise à apprécier les connaissances mathématiques des candidats pour des notions relevant de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Les questions posées ne se limitent pas, bien entendu, à des exercices ou problèmes extraits de manuels scolaires de l'école primaire. Certaines questions permettent de valoriser des candidats manifestant une certaine aisance dans le domaine mathématique.

### DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
### ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

- L'épreuve d'analyse de travaux d'élèves consiste à repérer les erreurs et les qualités dans une production d'élèves, à les analyser et les commenter en référence aux objectifs et aux contenus de la discipline tels qu'ils sont définis dans les programmes officiels.

## SECOND VOLET (8 POINTS).

### DIDACTIQUE

Pour enseigner à des élèves de l'école primaire il ne suffit pas de connaître les contenus mathématiques à transmettre. Cette connaissance est bien sûr nécessaire mais certainement pas suffisante. Une formation à l'enseignement des mathématiques ne se réduit ni à l'acquisition de contenus mathématiques, ni à un discours de pédagogie générale (qui, par nature exclue l'étude des contenus).
Ce second volet est consacré à l'analyse d'approches didactiques et démarches pédagogiques correspondantes.

[1] **NB : Les textes officiels qui définissent le concours de recrutement des Professeurs des Ecoles maintiennent actuellement la structure de l'épreuve. A plus long terme, nous invitons les candidats à se tenir informés.**

# AVERTISSEMENT

Pour ce qui concerne le volet travaux d'élèves et le volet didactique, la plupart des sujets de didactique soulèvent de vraies questions. Nous avons eu le souci de donner des réponses détaillées sur le plan didactique et donc, quelquefois, plus approfondies que ce que l'on peut attendre d'un candidat au CRPE. Certaines remarques des correcteurs sont alors ajoutées en italiques.

# CONSEILS AUX CANDIDATS

La lisibilité, la correction et la rigueur des réponses sur les plans mathématique et didactique sont bien entendu les critères principaux d'évaluation. Cependant, une écriture difficilement lisible, la présence de « fautes » d'orthographe par trop grossières et fréquentes, les coquilles fâcheuses, le verbiage pompeux et vide, l'abus d'expression hors de propos, finissent par avoir une incidence sur l'évaluation, et cela, quelle que soit la précision du barème de notation appliqué. Nous conseillons donc de relire la copie en tenant compte de tout cela.

# INFORMATIONS

Conformément à la législation, le terme « euro » est invariable.

## TABLEAU RECAPITULATIF 1

| 2003 | Première partie (volet mathématique) | | | | | | | | | | Analyse de travaux d'élèves | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ARITHMÉTIQUE - ALGÈBRE | | | | | GÉOMÉTRIE - MESURE | | | | | CYCLE | THÈME |
| | décimaux fractions | proport. (%, éch, vitesse) | Numération div/multiples | Arithmétique , équations | fonction et/ou graph. | Constr. Règle Compas | propri. triangles quadrila. | Thalès Transformation | Pythag. Pér. Aire Graduation | volume patron | | |
| AIX-MARSEILLE, CORSE, MARTINIQUE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE | • | • | | • | | • | • | | • | • | 3 | Nombres sexagésimaux |
| AMIENS | | • | • | • | | | • | • | | | 3 | Soustraction (éval CE2) |
| BESANÇON | | • | • | | | | • | | • | | 3 | Problèmes complexes CE2 |
| BORDEAUX, CAEN, CLERMONT-FERRAND, GUADELOUPE, LIMOGES, NANTES, RENNES | | • | • | | | | • | • | • | | 3 | Problèmes complexes CM2 |
| CRETEIL, PARIS, VERSAILLES | | • | | | | • | | | • | • | 3 | Problèmes soustractifs (éval. CE2) |
| DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STRASBOURG | | | | • | | • | • | | • | | 3 | Géométrie (éval CE2) |
| GRENOBLE | | • | | | | | • | • | | | 3 | Ordre des décimaux |
| GUYANE | | • | | | | • | • | | • | | 3 | Proportionnalité |
| LILLE | | | | | • | | | | • | | 3 | Mesure de grandeurs : longueurs |
| LYON | | • | | | | • | • | | | | 3 | Division |
| NOUVELLE CALEDONIE | | | | • | | | | | • | • | 3 | Grandeur : masse |
| ORLÉANS TOURS, POITIERS | | • | | | | • | | • | | • | 3 | Division |
| ROUEN | | | | • | | | | • | • | | 3 | Calcul mental. |

# TABLEAU RECAPITULATIF 2

| 2003 | Second volet (relatif à une réflexion didactique) | |
|---|---|---|
| | **CYCLE** | **Sujet étudié** |
| AIX-MARSEILLE, CORSE, MARTINIQUE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE | **3** | Ordre sur les entiers naturels |
| AMIENS | **2/3** | Problèmes de division |
| BESANÇON | **2** | Repérages et orientation |
| BORDEAUX, CAEN, CLERMONT-FERRAND, GUADELOUPE, LIMOGES, NANTES, RENNES | **3** | Division euclidienne, partage |
| CRETEIL, PARIS, VERSAILLES | **3** | Fractions décimales, décimaux |
| DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STRASBOURG | **3** | Résolution de problèmes |
| GRENOBLE | **2** | Introduction du signe x |
| GUYANE | **1/2** | Décomposition du nombre 10 |
| LILLE | **1/2/3** | Espace / géométrie plane. |
| LYON | **2/3** | Structuration du temps |
| NOUVELLE CALEDONIE | **2/3** | Numération / technique de la division |
| ORLÉANS TOURS, POITIERS | **3** | Symétrie axiale |
| ROUEN | **3** | Calcul mental |

(corrigé page 129)

# AIX-MARSEILLE, CORSE, MARTINIQUE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Le prix d'un article a augmenté de 5% en 2001 et de 6% en 2002.
Quel est le pourcentage d'augmentation de cet article sur les deux années écoulées ?

**EXERCICE 2**

1) Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est décimal ou non décimal et justifier votre réponse :

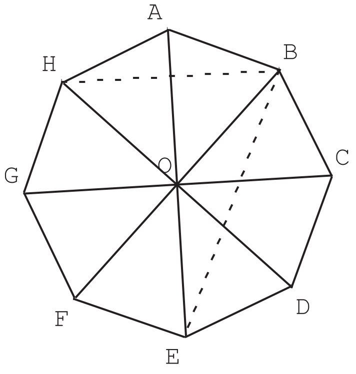
$$\frac{17}{8}\ ; \qquad \frac{8}{17}\ ; \qquad \frac{2794}{55}\ ; \qquad \frac{1096}{152}$$

2) Olivier a constaté que, pour tout nombre à trois chiffres qui s'écrit abc en base 10, si b = a + c alors le nombre est divisible par 11.
A-t-il raison ? Justifier la réponse.

**EXERCICE 3**

ABCDEFGH est un octogone régulier de centre O.

1) a) Calculer la valeur en degrés de l'angle $\widehat{HOG}$.
   b) Calculer la valeur en degrés de l'angle $\widehat{HBE}$.



2) Construire à la règle et au compas cet octogone dans le cas où le rayon de son cercle circonscrit est égal à 5cm. La description de la procédure de construction n'est pas demandée mais les traits de construction sont attendus.

3) On veut obtenir une pyramide régulière de base l'octogone ABCDEFGH construit précédemment et de sommet S.

a) Quelles conditions doivent vérifier les longueurs des arêtes [SA], [SB], [SC], [SD], [SE], [SF], [SG], [SH] ?

b) On prend SA = 13 cm. Calculer alors SO.

4) On coupe la pyramide SABCDEFGH par un plan parallèle à sa base et passant par le milieu du segment [OS]. On obtient ainsi une petite pyramide.
Exprimer le volume v de la petite pyramide en fonction du volume V de la pyramide initiale SABCDEFGH.

**EXERCICE 4**

Un bassin est alimenté par deux fontaines qui ont chacune un débit constant.
Utilisée seule, la première fontaine remplit le bassin en 9 heures.
La seconde, si elle fonctionne seule, ne met que 7 heures à le remplir.

1) Combien de temps serait nécessaire pour remplir le bassin si on utilisait les deux fontaines en même temps ?
Exprimer ce temps en heures, minutes et secondes.

2) Si on laisse couler la première fontaine pendant quatre heures et la seconde pendant trois heures, la quantité d'eau recueillie au total est de 550 litres.

a) Quelle est la capacité du bassin ?
b) Calculer en litres par heure, le débit de chacune des deux fontaines.

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

Dans cette partie, les questions portent sur l'annexe 1 issue d'un cahier d'élève de CM2.

1) a) Analyser la procédure suivie par cet élève pour résoudre l'exercice n° 1.

b) Quelle(s) autre(s) procédure(s) des élèves de CM2 auraient-ils pu utiliser pour arriver à la réponse juste ?

2) Analyser l'erreur commise dans l'exercice 2 et donner une correction.

3) Résoudre le problème n°3 et faire apparaître les difficultés supplémentaires qu'il présente et qui peuvent expliquer l'absence de réponse de l'élève.

4) a) Compte tenu de ses productions (exercices 1 et 2), faire un bilan des acquis de cet élève.

b) Quelles aides méthodologiques pourrait-on lui apporter pour remédier à ses lacunes ?

## SECOND VOLET (8 POINTS)

On trouvera en annexe :
- des pages du livre de l'élève "A nous les maths !" CE2 Editions SEDRAP 2001, codées Annexe 2 à 5.

Remarque : certaines parties de ces pages ont été dissimulées pour cette épreuve.
- des extraits des nouveaux programmes (pages 82 et 83 du BO n° 1 du 14/02/2002) codés Annexe 6 et 7.

I) <u>A propos de l'annexe 2 :</u>

1) Par rapport à la rubrique « au cœur de la nouvelle », quelles nouvelles compétences doit mobiliser l'élève pour répondre aux questions de la rubrique « Pour aller plus loin » ?
2) Quel est l'intérêt pédagogique d'une rubrique « Pour aller plus loin » ?

II) <u>A propos de l'annexe 3 :</u>

1) Citer quatre obstacles que peuvent rencontrer les élèves pour résoudre l'exercice 1 du document A.
2) a) Faire une proposition pour compléter l'encart qui a été masqué : « Ce que je dois retenir ».
b) Quel statut cet écrit mathématique pourra-t-il avoir dans la classe ?

III) <u>A propos des annexes 4 et 5 :</u>

1) Dans quel(s) exercice(s) les élèves comparent-ils deux nombres ?
2) Dans quel(s) exercice(s) les élèves intercalent-ils des nombres ?
3) Quelle critique peut-on formuler à propos de l'exemple donné dans l'exercice 5 ? Proposer une modification de la présentation de l'exemple.

IV) <u>A propos de l'ensemble des annexes 2 à 5 :</u>

1) Définir les objectifs principaux d'apprentissage présents dans ces annexes.
2) Rédiger en quelques lignes, la progression proposée.
3) Citer trois points forts des orientations ministérielles présents dans ces annexes.

# Annexe 1

① Un film a commencé à 20h35 et il s'est terminé à 22h08 Calculer sa durée
② Une cuisinière sait qu'il faut 2h15 min pour que sa dinde soit cuite et quelle heure devra t elle l'enfourner si on veut la manger à 12h10?
③ Ce soir, Monsieur Vartou souhaiterait regarder à 20h50 le film qui passe sur France 2, puis à 23h05 le journal sur France 3 Le film dure 2h25, pourra t il suivre intégralement les deux émissions? Sinon, combien de temps d'actualités manquera t il?

① Le film dure 1 h 33 min

20h35
↓ 25 min
21 h 00
↓ 1h08
22 h08

1h08
+ 25
1 h 33 min

② la cuisinière ~~mais~~ met sa dinde à 10 h 35 min

$$\begin{array}{r} 12{,}10 \\ -\ 2{,}15 \\ \hline 9{,}95 \end{array}$$

non

③

# <u>Annexe 2</u>

apprendre :
- Intercaler des nombres
- Ranger, comparer, encadrer des nombres compris entre 0 et 10 000.

POUR RÉPONDRE AUX QUESTIONS

**Si on représente un chiffre par §, on aura :**
**§ < §§ < §§§ < § §§§**

## Les nombres de 0 à 10 000
**ordre et comparaison**

## Étourdie !

« Tonton, au secours !
– Qu'est-ce qui t'arrive, ma petite Roxane ?
– Il faut que tu m'aides ! J'ai un devoir à faire, mais j'ai pas eu le temps de noter les nombres. C'est la cata !
– Attends ! Calme-toi. Lis-moi ton problème.
– *Quelle journée pour la famille "Étourdie" : ils sont tous passés à la station-service !*
*Ce matin, la mère a mis ... litres d'essence dans sa voiture et elle a commandé ... litres de fuel pour le chauffage, car la cuve qui contient ... litres est presque vide. Elle attend le camion de ... ou ... litres qui doit livrer cet après-midi.*
*Pendant que le père faisait le plein de son camion : ... litres de gazole et que le fils mettait ... litres d'essence dans son scooter, un camion-citerne déversait ... litres dans chacune des cuves de la station-service.*
– Et où est la question de ton problème ?
– Euhh... j'ai oublié de la recopier !
– Je crois que toi aussi tu fais partie de la famille "Étourdie". En attendant, voici les nombres qui te manquent, remets-les à leur place : 9 500 ; 58 ; 350 ; 2 000 ; 5 000 ; 1 800 ; 5 ; 6 000. » ■


**AU CŒUR DE LA NOUVELLE**

❶ Range les différentes capacités (ou contenances) de la plus petite à la plus grande.

❷ Replace chaque nombre de litres dans la phrase qui lui convient.

❸ Replace les informations ainsi rangées sur une corde à nombres en débutant par le nombre le plus petit.

**POUR ALLER PLUS LOIN**

❶ *Le fuel de la maison est livré avec le camion-citerne contenant 6 000 litres.*
Combien restera-t-il de litres dans la citerne lorsque la cuve de la maison sera remplie ?

❷ *Papa a fait le plein du réservoir de la voiture. Il parcourt 300 km par semaine et consomme 6 litres aux 100 km.*
À la fin de la semaine, peut-il encore rouler ou doit-il aller faire le plein ?

# Annexe 3

**A**

## ENVOIS VERS L'ÉTRANGER LES TARIFS COURRIER 0-2 KG

(APPLICABLES AU 2 JUIN 2000)

### SERVICE PRIORITAIRE COURRIER 0-2 KG

*Liste des principaux pays par zone*

| Zones | Pays |
|---|---|
| 1 | Allemagne, Autriche, Belgique, Danemark, Espagne, Grande-Bretagne, Grèce, Gibraltar, Irlande, Italie (+ San Marin), Liechtenstein, Luxembourg, Pays-Bas, Portugal, Suisse, Vatican |
| 2 | Autres pays d'Europe, Maroc, Tunisie, Algerie |
| 3 | Autres pays d'Afrique |
| 4 | Amérique du Nord, Proche-Orient, Moyen-Orient, Asie centrale |
| 5 | Amérique centrale, Caraïbes, Amérique du Sud, Asie |

| poids | Zone 1 | | Zone 2 | | Zone 3 | | Zone 4 | | Zone 5 | | Zone 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| jusqu'à | FF | € | FF | € | FF | € | FF | € | FF | € | FF | € |
| 20 g | 3,00 | 0,46 | 3,80 | 0,58 | 3,90 | 0,59 | 4,40 | 0,67 | 4,90 | 0,75 | 5,20 | 0,79 |
| 40 g | 4,60 | 0,70 | 7,00 | 1,07 | 7,80 | 1,19 | 8,20 | 1,25 | 9,00 | 1,37 | 9,70 | 1,48 |
| 60 g | 6,00 | 0,91 | 10,00 | 1,52 | 10,50 | 1,60 | 13,00 | 1,98 | 14,00 | 2,13 | 15,00 | 2,29 |
| 80 g | 7,00 | 1,07 | 11,00 | 1,68 | 11,50 | 1,75 | 14,00 | 2,13 | 16,00 | 2,44 | 17,00 | 2,59 |
| 100 g | 8,00 | 1,22 | 12,00 | 1,83 | 12,50 | 1,91 | 15,00 | 2,29 | 17,00 | 2,59 | 19,00 | 2,90 |
| 200 g | 18,00 | 2,74 | 20,00 | 3,05 | 25,00 | 3,81 | 28,00 | 4,27 | 30,00 | 4,57 | 36,00 | 5,49 |
| 300 g | 28,00 | 4,27 | 30,00 | 4,57 | 35,00 | 5,34 | 36,00 | 5,49 | 43,00 | 6,56 | 50,00 | 7,62 |
| 400 g | 32,00 | 4,88 | 32,00 | 4,88 | 40,00 | 6,10 | 44,00 | 6,71 | 52,00 | 7,93 | 63,00 | 9,60 |
| 500 g | 35,00 | 5,34 | 35,00 | 5,34 | 45,00 | 6,86 | 52,00 | 7,93 | 60,00 | 9,15 | 72,00 | 10,98 |
| 750 g | 47,00 | 7,17 | 49,00 | 7,47 | 57,00 | 8,69 | 70,00 | 10,67 | 85,00 | 12,96 | 105,00 | 16,01 |
| 1 kg | 56,00 | 8,54 | 58,00 | 8,84 | 70,00 | 10,67 | 90,00 | 13,72 | 105,00 | 16,01 | 130,00 | 19,82 |
| 1,25 kg | 65,00 | 9,91 | 67,00 | 10,21 | 85,00 | 12,96 | 110,00 | 16,77 | 125,00 | 19,06 | 155,00 | 23,63 |
| 1,50 kg | 69,00 | 10,52 | 71,00 | 10,82 | 100,00 | 15,24 | 120,00 | 18,29 | 145,00 | 22,11 | 180,00 | 27,44 |
| 1,75 kg | 73,00 | 11,13 | 75,00 | 11,43 | 110,00 | 16,77 | 130,00 | 19,82 | 160,00 | 24,39 | 205,00 | 31,25 |
| 2 kg | 77,00 | 11,74 | 79,00 | 12,04 | 120,00 | 18,29 | 140,00 | 21,34 | 175,00 | 26,68 | 230,00 | 35,06 |
| 2,5 kg* | | | 115,00 | 17,53 | 155,00 | 23,63 | | | | | | |
| 3 kg* | | | 140,00 | 21,34 | 200,00 | 30,49 | | | | | | |

**B**

### PAYS PRODUCTEURS DE SUCRE DE CANNE

| (en milliers de t) | 1969-1970 |
|---|---|
| MONDE | 37 297 |
| 1. Cuba | 5 000 |
| 2. Brésil | 4 410 |
| 3. Inde | 2 715 |
| 4. Mexique | 2 377 |
| 5. Chine | 1 900 |
| 6. Australie | 2 134 |

**PAPIER-CRAYON**

► Calcul réfléchi ◄

Écris :

- la dizaine qui suit, la dizaine qui précède, sur des nombres de quatre chiffres.
  Ex. : sur 1 585 ; 1 804... ;
- la centaine qui suit, la centaine qui précède, sur des nombres de quatre chiffres.
  Ex. : sur 5 420 ; 5 045... ;
- le millier qui suit, le millier qui précède, sur des nombres de quatre chiffres.
  Ex. : sur 2 420 ; 1 584...

**CALCUL MACHINE**

Compte de 100 en 100 à partir d'un nombre quelconque de quatre chiffres.
Ex. : 4 324 + 100 = ...

**Compte de 1 000 en 1 000 à partir d'un nombre quelconque de quatre chiffres.**
**Ex. : 1 237 + 1 000 = ...**

**Ce que je dois retenir...**

**AU CŒUR DES DOCUMENTS**

**DOCUMENT A**

❶ *Voici le tableau établi par La Poste pour l'affranchissement d'envois à l'étranger.*
Dans quelles zones se situent l'Irlande ? le Canada ? le Bénin ?
Combien paiera-t-on, en euros, pour expédier :
- une lettre de 254 g en Irlande ?
- un colis de 1 265 g au Canada ?
- un colis de 975 g dans un pays d'Asie ?

**DOCUMENT B**

❶ Quels pays produisent plus de sucre de canne que le Mexique ? moins que l'Inde ?
Une erreur s'est glissée dans ce classement : corrige l'ordre.

# Annexe 4

**1** **Trace une frise historique où tu situeras d'abord 0 et 2 000, puis 500, 1 000 et 1 500.**

**Place ensuite quelques grandes dates.**

481 : Clovis roi des Francs.

1969 : des hommes marchent sur la Lune.

800 : Charlemagne empereur.

1494 : naissance de François Ier.

1434 : invention de l'imprimerie.

1789 : début de la Révolution.

1492 : découverte de l'Amérique.

**Place aussi ton année de naissance et l'année actuelle.**

**2** **Complète ces nombres pour que le rangement soit juste.**

7 584 > 7 4 . . > 7 4 . . > 7 . . . > 6 . 25 > 6 . . 5 > 6 000

**3** **Mets le signe qui convient : < ou >.**

1 000 + 1 000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 5 ... 2 435

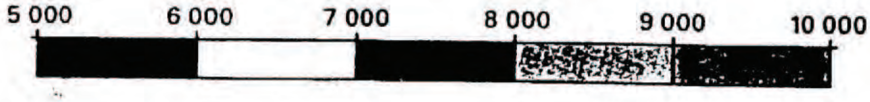
1 000 + 1 000 + 1 000 + 1 000 + 1 000 + 1 000 + 100 + 8 ... 6 280

1 000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 5 ... 1 750

1 000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 ... 521

**4** **Observe la corde à nombres colorée ci-dessous, puis trouve de quelle couleur sont les nombres suivants.**

7 854 ; 6 006 ; 8 956 ; 9 520 ; 6 255 ; 5 002 ; 5 333 ; 7 001




**5** **Dans un tableau comme celui ci-dessous, place les nombres suivants dans la colonne « nombre », puis encadre ce nombre entre centaines et milliers.**

5 423 ; 6 254 ; 8 425 ; 8 500 ; 9 002 ; 5 042 ; 6 450 ; 7 205

| millier précédent | centaine précédente | nombre | centaine suivante | millier suivant |
|---|---|---|---|---|
| 5 000 | 5 400 | 5 423 | 5 500 | 6 000 |
| | | | | |

# Annexe 5

**6** **Utilise certaines des étiquettes suivantes pour construire des nombres inférieurs à ceux proposés.**

| quatre | mille | deux | cent | six | huit |

......... < 2 684 ......... < 5 840 ......... < 8 000

......... < 4 500 ......... < 3 000 ......... < 6 400

**7** **Parmi les étiquettes ci-contre, recopie celles dont le nombre est plus grand que 2 347 et plus petit que 5 625.**

| 2 437 | 6 340 | 5 562 | 6 355 |
| 2 175 | 3 247 | 5 265 | 2 743 |

**8** **Relie chaque nombre à sa décomposition.**

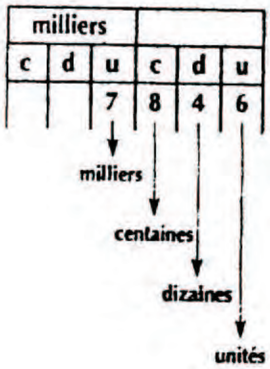
| | |
|---|---|
| 2 347 • | • 62 centaines |
| 5 909 • | • 7 milliers et 15 unités |
| 6 200 • | • (2 x 1 000) + (3 x 100) + (4 x 10) + 7 |
| 7 015 • | • (6 x 1 000) + (2 x 10) |
| 7 150 • | • (5 x 1 000) + (9 x 100) + 9 |
| 6 020 • | • 71 centaines et 5 dizaines |

**9** **Compare les nombres suivants deux à deux, avec les mots « est inférieur à » ou « est supérieur à » (les signes < ou > ne peuvent se placer qu'entre des nombres en chiffres).**

deux mille six cent vingt ... mille deux cent vingt-six
huit mille cent trois ... trois mille cent huit
cinq mille ... mille cinq
mille quatre-vingt-deux ... deux mille vingt-quatre
mille cent sept ... mille sept cents.

POUR RÉALISER LES EXERCICES

**Dans un nombre, chaque chiffre a une valeur différente selon sa position :**



# Annexe 6

82 | B.O. N°1 14 FÉVR. 2002 HORS-SÉRIE | *PROGRAMMES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS*

**MATHÉMATIQUES**

ÉDUCATION SCIENTIFIQUE

**OBJECTIFS**

Les connaissances et les savoir-faire développés au cycle 3 doivent contribuer au développement d'une pensée rationnelle, à la formation du citoyen, et permettre de bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège. Ce triple impératif concerne aussi bien les connaissances que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser, de façon autonome, pour résoudre des problèmes.

La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées : nombres entiers et décimaux, calcul avec ces nombres, approche des fractions, objets du plan et de l'espace et certaines de leurs propriétés, mesure de quelques grandeurs.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues de la vie de la classe, de la vie courante, de jeux, d'autres domaines de connaissances ou s'appuyer sur des objets mathématiques (figures, nombres, mesures…). Elles sont présentées sous des formes variées : expérience concrète, description orale, support écrit (texte, document, tableau, graphique, schéma, figure).

Au travers de ces activités, le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, amorcé au cycle 2, se poursuit. Pour cela, il est nécessaire de prendre en compte les démarches mises en œuvre par les élèves, les solutions personnelles qu'ils élaborent, leurs erreurs, leurs méthodes de travail, et de les exploiter dans des moments de débat. Au cycle 3, les élèves apprennent progressivement à formuler de manière plus rigoureuse leurs raisonnements, s'essaient à l'argumentation et à l'exercice de la preuve.

Dans les moments de réflexion collective et de débat qui suivent le traitement des situations, l'usage ordinaire de la langue orale et les formulations spontanées des élèves prévalent. Ils sont toutefois complétés par le recours à un lexique et à des formulations spécifiques, nécessaires à la rigueur du raisonnement. Une attention particulière doit être portée aux difficultés de lecture des énoncés que rencontrent de nombreux élèves afin, d'une part, de ne pas pénaliser les élèves dont l'autonomie face à l'écrit est insuffisante, d'autre part, de travailler les stratégies efficaces de lecture de ces types de textes. L'écriture comporte, en mathématiques, différentes formes qui doivent être progressivement distinguées : écrits pour chercher, écrits pour communiquer une démarche et un résultat, écrits de référence.

L'élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes, leur maîtrise nécessite des moments d'explicitation et de synthèse, et leur efficacité est conditionnée par leur entraînement dans des exercices qui contribuent à leur mémorisation.

La diffusion maintenant généralisée des calculatrices rend moins nécessaire la virtuosité des élèves dans les techniques opératoires (calcul posé), dont on attend seulement qu'elles permettent de renforcer la compréhension des opérations. L'apprentissage des techniques opératoires fournit une occasion de renforcer la compréhension de certaines propriétés des nombres et des opérations.

Le calcul mental sous toutes ses formes (résultats mémorisés, calcul réfléchi) occupe la place principale et accompagne l'usage intelligent d'une calculatrice ordinaire.

L'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, logiciels d'entraînement, toile (pour la documentation ou les échanges entre classes), rétroprojecteur (pour les moments de travail collectif).

Le document d'application précise et développe, pour chaque contenu, les compétences élaborées au cours du cycle, apporte un éclairage sur les modalités d'apprentissage et donne des pistes d'activités pédagogiques. Il constitue un complément indispensable pour la mise en œuvre du présent programme.

**PROGRAMME**

**1 - Exploitation de données numériques**

Ce domaine recouvre l'ensemble des problèmes dans lesquels les nombres et le calcul interviennent comme outils pour traiter une situation, c'est-à-dire pour organiser, prévoir, choisir, décider :
- problèmes résolus en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées ;
- problèmes relevant de la proportionnalité, résolus en utilisant des raisonnements personnels appropriés ;
- utilisation de données organisées en listes, en tableaux, ou représentées par des diagrammes, des graphiques.

Le raisonnement y occupe une place importante, en particulier dans la résolution de problèmes relevant de la proportionnalité.

Ce qu'on appelle traditionnellement le "sens des opérations" doit être au centre des préoccupations. Les problèmes ne se limiteront pas à ceux qui peuvent se résoudre à l'aide d'une seule opération : des problèmes nécessitant le recours, explicite ou non, à des étapes intermédiaires seront également proposés. Selon les problèmes proposés, selon la maîtrise qu'il a des connaissances en jeu, l'élève aura recours à des procédures expertes ou élaborera des procédures personnelles de résolution.

Des situations relevant de la proportionnalité sont proposées et traitées en utilisant des raisonnements personnels, adaptés aux données en jeu dans la situation et aux connaissances numériques des élèves (voir les exemples fournis dans le document d'application). Les élèves distingueront ces situations de celles pour lesquelles ces raisonnements ne sont pas pertinents (situations de non-proportionnalité). Ces procédures de résolution concernent également les problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes et aux conversions entre unités de longueur, de masse, de contenance, de durée ou d'aire qui trouvent leur place sous cette rubrique. À partir de cette première approche dont l'importance ne doit pas être sous-estimée, l'étude organisée de la proportionnalité sera mise en place au collège.

Les élèves sont également confrontés à la lecture, à l'interprétation critique et à la construction de divers modes de représentation (listes, tableaux, diagrammes, graphiques), à partir de données effectives : enquêtes, mesurages en sciences, documents d'actualité. Au-delà d'une première maîtrise de ce type d'outils, on cherche à mettre en lumière le fait que l'interprétation de l'information dont ils rendent compte doit être faite avec vigilance : selon les graduations choisies, les mêmes données peuvent, par exemple, donner l'impression d'une forte ou d'une faible croissance.

**2 - Connaissance des nombres entiers naturels**

Les connaissances relevant de ce domaine doivent être bien maîtrisées à la fin de l'école primaire. L'étude organisée des nombres se limite aux nombres de la classe des millions, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés. À la fin du cycle 3, les élèves doivent maîtriser la lecture et l'écriture des nombres entiers naturels. Ils doivent comprendre les principes de la numération décimale, en particulier que la valeur des chiffres dépend de leur position dans l'écriture des nombres, en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent.

Ils doivent également maîtriser la comparaison et le rangement de ces nombres et avoir travaillé sur le placement exact ou approché de nombres sur une droite graduée, en relation avec la proportionnalité. Le travail sur les graduations sera réinvesti ensuite dans l'étude des nombres décimaux.

Une bonne maîtrise des relations entre des nombres d'usage fréquent permet de structurer le domaine numérique. Elle fournit des points d'appui pour le calcul mental, notamment pour le calcul approché, et constitue une première approche de l'arithmétique qui sera poursuivie au collège.

Les connaissances relatives aux nombres entiers naturels concernent :
- la numération décimale : valeur des chiffres en fonction de leur

# Annexe 7



position, suites de nombres ;
- les désignations écrites (en chiffres et en lettres) et parlées des nombres ;
- la comparaison et le rangement de nombres, le placement de nombres sur une droite graduée ;
- les relations arithmétiques entre les nombres : doubles, moitiés, quadruples, quarts, triples, tiers…, notamment entre nombres d'usage courant, la notion de multiple (multiples de 2, 5 et 10).

**3 - Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux**

Au cycle 3, les élèves mettent en place une première maîtrise des fractions et des nombres décimaux : compréhension de leurs écritures, mise en relation des écritures à virgule avec des sommes de fractions décimales, comparaison des nombres décimaux, utilisation de graduations. Leur étude sera poursuivie au collège.
Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite. Les fractions sont essentiellement introduites, au cycle 3, pour donner du sens aux nombres décimaux.
La compréhension des nombres décimaux est favorisée par la comparaison de certaines de leurs propriétés avec celles des nombres entiers : la notion de "nombres consécutifs" a du sens avec les nombres entiers, elle n'en a plus avec les nombres décimaux, intercaler un nombre entre deux décimaux est toujours possible (ce qui n'est pas vrai pour deux nombres entiers), le nombre de chiffres de l'écriture décimale est un critère de comparaison de deux nombres entiers et ne l'est plus pour deux nombres décimaux.
Concernant les écritures à virgule des nombres décimaux, les élèves doivent comprendre que la valeur d'un chiffre dépend de sa position : cette valeur se définit notamment par rapport à l'unité (le dixième et le centième représentent dix fois moins et cent fois moins que l'unité) et par rapport à celle des chiffres voisins (le centième représente dix fois moins que le dixième).
Dans les situations où des décimaux sont utilisés, on rendra les élèves attentifs au choix des décimales pertinentes.
Les connaissances relatives aux fractions et aux nombres décimaux concernent :
- les fractions simples : utilisation, écriture, encadrement entre deux nombres entiers successifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 ;
- les nombres décimaux : utilisation, valeur des chiffres en fonction de leurs positions dans une écriture à virgule, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire (fractions décimales) et inversement, suites de nombres décimaux, lien entre désignations orales et écritures chiffrées ;
- la comparaison, le rangement, l'intercalation, l'encadrement de nombres décimaux, leur placement sur une droite graduée ;
- la valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

**4 - Calcul**

Dans ce domaine, les compétences en calcul mental (résultats mémorisés, calcul réfléchi exact ou approché) sont à développer en priorité. Pour cela, une bonne connaissance des tables est indispensable. Elle suppose de savoir fournir aussi bien un résultat direct (somme ou produit) qu'un résultat dérivé (complément et différence, facteur d'un produit ou quotient). Le calcul réfléchi implique la mise en œuvre de procédures personnelles, adaptées à chaque calcul particulier : elles peuvent être uniquement mentales ou s'appuyer sur un écrit. L'explicitation et l'analyse, par les élèves, des raisonnements utilisés constituent un moment important de cet apprentissage. Le travail sur le calcul approché commence au cycle 3. Il doit être utilisé dans des situations où les élèves peuvent lui donner du sens, par exemple : contrôle d'un résultat obtenu par écrit ou à l'aide d'une calculatrice, moyen de décider dans une situation où le résultat exact n'est pas nécessaire.
Les techniques opératoires usuelles sont mises en place sur des nombres d'usage courant, en s'attachant à assurer une bonne compréhension des étapes du calcul. Elles ne doivent pas faire l'objet d'une recherche de virtuosité excessive.
Les élèves doivent être capables d'utiliser des calculatrices comme moyen ordinaire de calcul (par exemple, dans la résolution de problèmes qui ne peuvent pas être traités mentalement) et maîtriser certaines de leurs fonctionnalités.
Les connaissances relatives au calcul concernent :
- la mémorisation de résultats sur les nombres entiers et décimaux (voir la rubrique compétences) ;
- les techniques opératoires : addition, soustraction de nombres entiers ou décimaux, multiplication de deux nombres entiers ou d'un nombre décimal par un nombre entier, division euclidienne de deux nombres entiers (quotient entier et reste) ;
- le calcul réfléchi exact ou approché : organisation et traitement de calculs (mentalement ou avec l'aide de l'écrit), ordre de grandeur d'un résultat ;
- l'utilisation de calculatrices et la maîtrise de certaines de leurs fonctionnalités.

**5 - Espace et géométrie**

L'objectif principal est de permettre aux élèves d'améliorer leur "vision de l'espace" (repérage, orientation), de se familiariser avec quelques figures planes et quelques solides et de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par explicitation de propriétés et recours à des instruments. Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles, utiles pour résoudre des problèmes dans l'espace ordinaire, dans celui de la feuille de papier ou sur l'écran d'ordinateur, en particulier des problèmes de comparaison, de reproduction, de construction, de description, de représentation d'objets géométriques ou de configurations spatiales (notamment, représentations planes de solides). Si les compétences attendues en fin de cycle ne concernent que quelques figures et solides, les problèmes proposés portent sur d'autres objets : quadrilatères particuliers tels que le trapèze, le "cerf-volant", le parallélogramme ; solides tels que le prisme, la pyramide, la sphère, le cylindre, le cône.
La notion d'agrandissement ou de réduction de figures fait l'objet d'une première étude, en liaison avec la proportionnalité, et conduit à une approche de la notion d'échelle.
Les connaissances relatives à l'espace et à la géométrie concernent :
- le repérage de cases ou de points sur un quadrillage ;
- l'utilisation de plans et de cartes ;
- les relations et propriétés géométriques : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, milieu d'un segment ;
- l'utilisation d'instruments (règle, équerre, compas) et de techniques (pliage, calque, papier quadrillé) ;
- les figures planes (en particulier : triangle et ses cas particuliers, carré, rectangle, losange, cercle) : reconnaissance, reproduction, construction, description, décomposition d'une figure en figures plus simples ;
- les solides (en particulier : cube, parallélépipède rectangle) : reconnaissance, reproduction, construction, description, représentations planes (patrons) ;
- l'agrandissement et la réduction de figures planes, en lien avec la proportionnalité.

**6 - Grandeurs et mesure**

L'essentiel des activités concerne la résolution de problèmes

# AMIENS

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Soit c un nombre réel strictement positif quelconque.
Soit ABC un triangle équilatéral de côté c.

Soit a un nombre réel tel que : $0 < a \leq \frac{c}{2}$.

On nomme I le point du segment [AB] tel que AI = a. On nomme J le point du segment [BC] tel que BJ = a. On nomme K le point du segment [CA] tel que CK = a.

1) Cas général :
   a) Faire une figure.
   b) Démontrer que le triangle IJK est équilatéral.

2) Cas particulier :
   On considérera dans cette question que les droites (KJ) et (AB) sont parallèles.
   Donner alors la valeur de a en fonction de celle de c. Justifier.

**EXERCICE 2**

a) Quels sont les nombres inférieurs à 10 qui possèdent exactement trois diviseurs ? Il n'est pas nécessaire de justifier.

b) « Je suis un nombre à trois chiffres dont la somme vaut 13 et je possède exactement trois diviseurs. Qui suis-je ? »
   Trouver ce nombre (il est unique) en expliquant la démarche.

**EXERCICE 3**

Je dispose d'une tonne d'un minerai A qui pèse 11 kg et dont le volume est de 2,5 dm$^3$.
Je dispose aussi d'un minerai B dont la densité est de 8 (c'est-à-dire : il pèse 8 kg par dm$^3$).

1) Quelle est la densité du minerai A ?

2) Je voudrais fabriquer un mélange de ces deux minerais pour obtenir un minerai C dont la densité soit égale à 7. Je voudrais aussi fabriquer la plus grosse quantité possible de minerai C et vais donc utiliser les 11 kg de minerai A.

a) Trouver la masse de minerai B que je vais devoir utiliser.
b) Si je voulais n'utiliser que 6,6 kg du minerai A pour obtenir un mélange C dont la densité soit encore égale à 7, quelle quantité de minerai B devrais-je utiliser ?

## DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)
## ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES

Un enseignant a retenu cinq productions d'élèves concernant les trois premières opérations de l'exercice 18 de l'évaluation nationale en début de CE2 (année 2002) ; on trouvera en annexe les code attribués aux réponses de ces élèves.

Le code 1 correspond à une réponse correcte, le code 0 à une absence de réponse. Les codes 4, 6, 7 et 8 correspondent à des erreurs particulières, explicitées dans les consignes de codage fournies aux enseignants. Le code 9 correspond aux autres erreurs.

La consigne donnée aux élèves était :
***Sur cette page, se trouvent cinq opérations, vous devez les calculer. Allez-y, vous avez six minutes.***

Interpréter les erreurs des élèves, pour chacune des trois opérations.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Une classe accueille les élèves de 6 à 11 ans. Cette année-là elle est organisée en 3 niveaux : 2ème année de cycle 2, 1ère année de cycle 3 et 3ème année de cycle 3, qui comportent respectivement 6, 9 et 7 élèves. Elle correspond avec une classe d'une commune voisine. Les élèves de celle-ci ont envoyé à leurs camarades une magnifique boîte de caramels décorée d'un joli paysage printanier. La boîte de forme parallélépipédique a pour dimensions 25 cm de long, 15 cm de large et 6 cm de haut. Elle contient 3 couches de caramels. Dans chaque couche, les caramels occupent 5 rangées de 9 caramels chacune. Les élèves de la classe ayant exprimé l'idée de partager équitablement les sucreries entre eux, le maître a décidé d'accéder à leur demande à condition de prévoir auparavant le nombre de caramels qui revient à chacun d'eux. La tâche est proposée à chaque niveau, qui travaille indépendamment des autres niveaux.

1) a) Décrire une procédure que pourraient mettre en œuvre les élèves de 3ème année de cycle 3.

b) Quelle(s) connaissance(s) et/ou compétence(s) nécessite cette mise en œuvre ?

c) A quelle catégorie de problèmes rattachez-vous cette situation et quels objectifs poursuit le maître en la proposant ?

2) a) Décrire succinctement une procédure que pourraient mettre en œuvre les élèves de 1ère année de cycle 3 en précisant quelles pourraient être les différences avec la précédente.

b) Quelles connaissances nécessite cette mise en œuvre ?

c) Quels objectifs peut poursuivre le maître en la proposant ?

d) Prévoir, en tenant compte de ces objectifs, des aides possibles que le maître pourrait apporter.

3) Les élèves de 2ème année de cycle 2 savent dénombrer une collection d'objets et produire l'écriture chiffrée, résoudre des problèmes ayant pour objet la comparaison de nombres ou l'addition (sans pour autant utiliser la technique opératoire).
Imaginer une procédure à leur portée.

4) Quel serait l'intérêt d'une mise en commun des résultats entre tous les élèves de la classe ?
Comment envisagez-vous alors son organisation ?

# Annexe

## Réponses d'élèves et codes

Exercice 18

**Calcule**

***978 – 765***

| | **Réponse** | **Code attribué** |
|---|---|---|
| Elève A | 213 | 1 |
| Elève B | 223 | 9 |
| Elève C | ***Aucune réponse*** | 0 |
| Elève D | 213 | 1 |
| Elève E | ***Aucune réponse*** | 0 |

***45 – 27***

| | **Réponse** | **Code attribué** |
|---|---|---|
| Elève A | 22 | 7 |
| Elève B | 28 | 8 |
| Elève C | 19 | 4 |
| Elève D | 18 | 1 |
| Elève E | 72 | 9 |

***474 – 36***

| | **Réponse** | **Code attribué** |
|---|---|---|
| Elève A | 442 | 8 |
| Elève B | 448 | 7 |
| Elève C | 439 | 9 |
| Elève D | 438 | 1 |
| Elève E | 510 | 9 |

# BESANÇON

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

1) On augmente la longueur d'un rectangle de son cinquième et on diminue sa largeur de moitié.
Par quelle fraction est multipliée l'aire du rectangle ?
Cette aire a-t-elle augmenté ou diminué ? De quel pourcentage ?

2) On augmente la longueur d'un rectangle de son quart et on diminue la largeur de son quart.
L'aire du rectangle est-elle modifiée ? Justifiez votre réponse.

**EXERCICE 2**

Le but de l'exercice est de trouver une règle de calcul mental qui permette de calculer le produit de deux nombres entiers naturels strictement inférieurs à 100 tels que :

- leur chiffre des dizaines soit le même
- la somme de leurs chiffres des unités soit 10.

1) Enoncez cette règle et prouvez-la.
2) Appliquez-la à deux exemples.

**EXERCICE 3**

Dans cet exercice, tous les ensembles trouvés seront tracés sur une même figure.
Soient A et B deux points distincts du plan.
Quel est l'ensemble des points M du plan tels que :

1) ABM soit un triangle rectangle en A ou en B ?
2) ABM soit un triangle rectangle en M ?
3) ABM soit un triangle isocèle en A ou en B ?
4) ABM soit un triangle isocèle en M ?

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

L'annexe n°1 présente un exercice du cycle 3. Il est extrait de l'ouvrage « A nous les maths ! » des éditions SEDRAP (2001) CE2

L'enseignant a expliqué le vocabulaire particulier de ce texte et a explicité l'expression « 216 € les cent ».

1) Dans quels domaines spécifiques des mathématiques au cycle 3 s'inscrit cette activité ?

2) La production de Thomas présente plusieurs phases essentielles. Lesquelles ?

3) Quelles sont les compétences mathématiques mobilisées par Thomas ?
Illustrez vos réponses par quelques exemples pertinents.

4) Au regard de la production de Thomas présentée en annexe, citez un point sur lequel il peut encore progresser pour améliorer ses compétences mathématiques.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

L'activité présentée en annexe n°2 est inspirée du fichier de l'élève « J'apprends les maths » Editions RETZ, CP.

1) Dans quel(s) domaine(s) mathématique(s) s'inscrit-elle ?

2) Quels sont les objectifs mathématiques visés ?

3) Un enseignant de maternelle propose cette activité à ses élèves de grande section en leur fournissant les formes déjà découpées. Quels intérêts voyez-vous à cet aménagement ? Justifiez votre réponse.

4) Si cette situation est proposée au cycle 3 sans la possibilité de découpage, quels peuvent être alors les objectifs mathématiques visés propres à ce cycle ?

5) Un enseignant propose à ses élèves de 3$^{ème}$ année de cycle 3 de n'utiliser qu'une seule des formes présentées (en autant d'exemplaires que nécessaire) pour recouvrir entièrement le canard. Il souhaite aborder ainsi deux nouveaux concepts. Lesquels ?

# Annexe 1

Chez monsieur Carrelli, le marchand de carrelage, Charles achète une palette de carreaux 30x30 pour couvrir le sol de sa maison.

Il compte le nombre de carreaux.

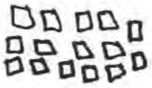
Les carreaux sont conditionnés en paquets de 15 carreaux. Sur chaque « étage » de la palette, il compte 4 rangées de 3 paquets. En hauteur, il compte 8 « étages ».

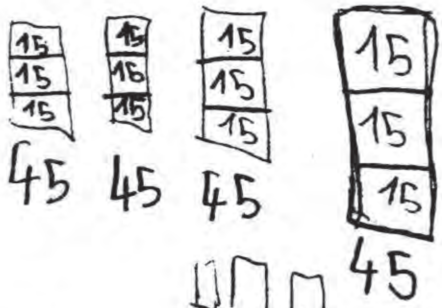
Combien y a-t-il de carreaux sur cette palette ?

Les carreaux sont vendus au prix de 216 € les cent.

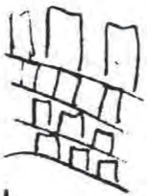
Combien Charles va-t-il payer cette palette de carreaux ?

THOMAS






4 X 15 = 60
15 X 3 = 45
60 + 45 = 105



15 CARRÉ

Solution

4 × 15 = 60
15 X 3 = 45
4 X 45 = 180
8 × 180 = 1 440

Il y a 1 440 carreaux sur la palette.

Opération

45 × 4 = 180

180 × 8 = 1 440

216 × 4 = 864

216 × 10 : 000 + 2160 = 2160

2 160 + 864 = 3 020

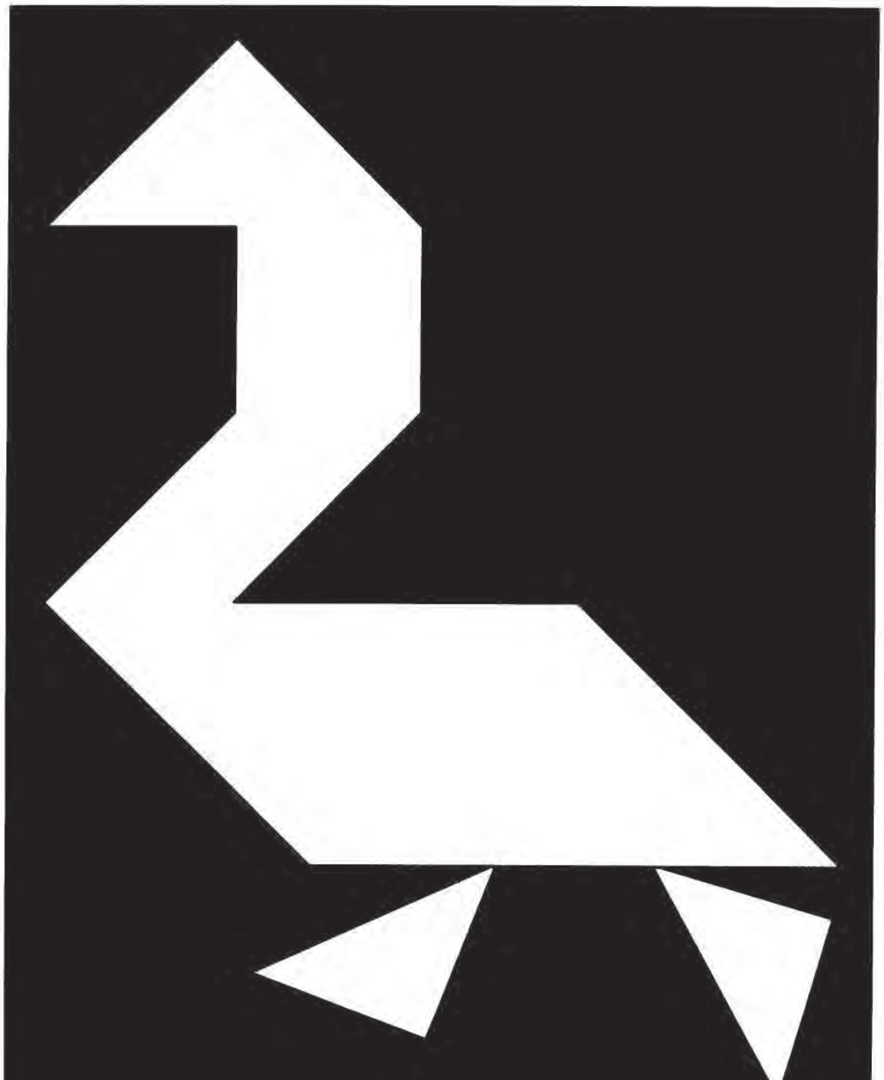
216 X 4 = ~~684~~ 864
216 X 10 = 2 160
2 160 + 864 = 3 020
3 020 + 216 = 3 236

Il va payer 3 236 €

# Annexe 2

Découpe soigneusement chacune des formes.

Recouvre entièrement le canard avec toutes ces formes.
Avant de coller, fais un essai.



# BORDEAUX, CAEN, CLERMONT-FERRAND, GUADELOUPE, LIMOGES, NANTES, RENNES

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

L'unité est le cm. On donne un rectangle EFGH de périmètre 14. On trace un rectangle UVWX qui a un périmètre de 16.
Peut-on affirmer que l'aire du rectangle UVWX est plus grande que l'aire de EFGH ? Justifier.

**EXERCICE 2**

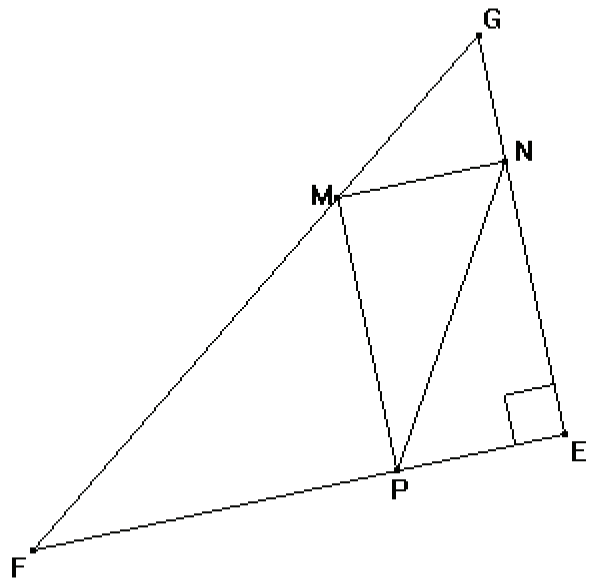
On cherche à déterminer un nombre composé de trois chiffres dont la somme est 16.
Si l'on intervertit le chiffre des centaines et celui des dizaines, le nombre augmente de 450 et si l'on intervertit le chiffre des centaines et celui des unités il augmente de 198.
Déterminer ce nombre.

**EXERCICE 3**

Le responsable commercial d'un grand magasin achète un lot d'ordinateurs de même prix. Il en vend le tiers avec un bénéfice de 20 %, le quart avec un bénéfice de 16 % puis le reste avec une perte de 7 %.
1) Calculer en pourcentage le bénéfice réalisé sur la totalité de la vente.
2) Sachant que le bénéfice est de 2 976 €, calculer le montant des achats du responsable commercial. .

**EXERCICE 4**

Dans la figure ci-dessous, EFG est un triangle rectangle en E tel que :
EF = 7,2 et EG = 5,4.
Le point M se déplace sur le segment [FG], M étant distinct de F et de G.
La parallèle à (EF) passant par M coupe (EG) en N et la parallèle à (EG) passant par M coupe (EF) en P.
Le quadrilatère MNEP est donc un rectangle.




A. ***L'objectif est de déterminer la position de M sur [FG] pour que le rectangle MNEP ait la plus grande aire possible.***

On note x la longueur MN. On a donc $0 < x < 7{,}2$.
1) Exprimer les longueurs GN et EN en fonction de x.
2) Pour quelle valeur de x le rectangle MNEP est-il un carré ? On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
3) Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle MNEP.
4) Calculer l'aire du rectangle MNEP lorsque x prend les valeurs : 2 ; 3,2 et 5,8.
5) Le graphique en annexe 1 représente l'aire y du rectangle MNEP en fonction de x.
Lire la valeur de x pour laquelle cette aire est maximale.
Quelle est alors la position de M sur le segment [FG] ?
Dans ce cas, quelle fraction de l'aire du triangle EFG cette aire représente-t-elle ?

B. ***L'objectif est de déterminer la position de M sur [FG] pour que la longueur NP soit minimale.***

1) Calculer la longueur FG.
2) En utilisant les propriétés du rectangle, déterminer la position de M pour que NP soit minimale.
3) Le point M étant ainsi défini, calculer GM (on pourra utiliser des calculs d'aires).

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

Analyse de travaux produits en début d'année scolaire par cinq élèves d'une classe de CM2 auxquels on a proposé l'exercice suivant :

> ***Une école comporte deux classes.***
> ***Dans cette école, il y a 26 filles.***
> ***Dans la première classe, il y a 12 filles et 11 garçons.***
> ***Dans la deuxième classe, il y a 27 élèves.***
> ***Quel est le nombre de garçons dans la deuxième classe ?***

Les productions des élèves figurent en annexe 2.

1) Quelles compétences peuvent être évaluées grâce à cet exercice ?

2) Citer au moins une difficulté que pose cet exercice à un élève de CM2.

3) Analyser les productions des élèves.

# SECOND VOLET (8 POINTS)

En annexe 3, le document proposé est extrait du fichier de l'élève « j'apprends les maths » Retz Nathan.
Le maître a prévu l'organisation suivante :

- travail en petits groupes sur l'activité A ;
- mise en commun orale avec l'ensemble de la classe;
- résolution individuelle des problèmes de l'activité B.

## I - CETTE PARTIE PORTE SUR L'ACTIVITÉ A.

1) Quel est l'objectif d'apprentissage visé par le maître qui propose cette activité ?

2) A quel cycle et à partir de quelle année de ce cycle peut-on la proposer ?

3) a) Quelles sont les stratégies mises en place par Sébastien, Mélanie et Cécile pour résoudre le problème ?
b) Analyser la difficulté rencontrée par Mélanie.
c) Pourquoi avoir choisi 41 bonbons ?

4) Décrire les démarches possibles des élèves pour répondre à la consigne.

5) Quel intérêt pédagogique présente :
a) le travail en groupes ?
b) la mise en commun ?

## II - CETTE PARTIE PORTE SUR L'ACTIVITÉ B.

1) Parmi les problèmes, lesquels correspondent à des situations de partage équitable ?

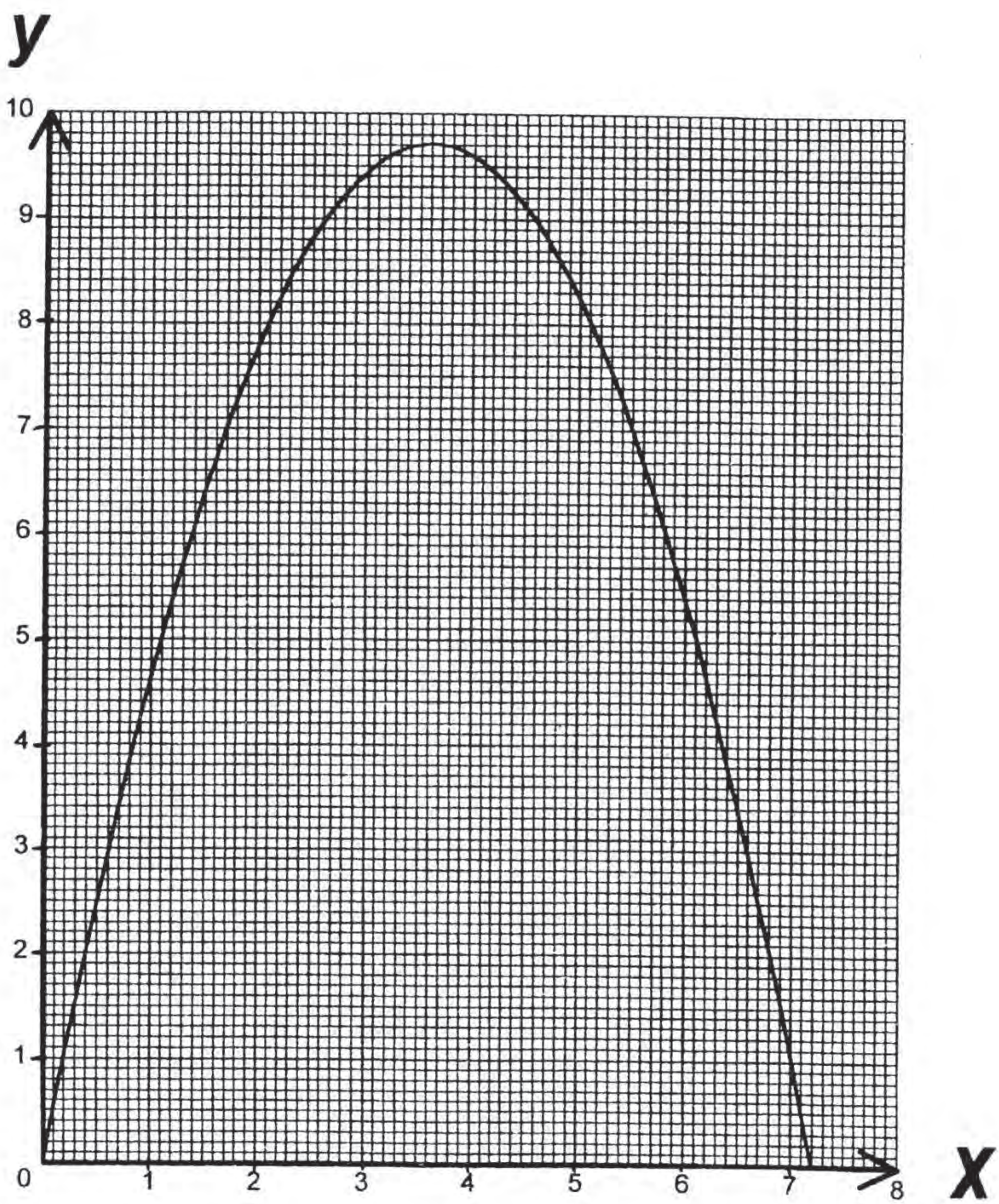
2) Quel intérêt pédagogique présente cette activité de résolution de problèmes variés ?

3) La consigne vous paraît-elle pertinente ?

## III – CONCLUSION.

Dans les programmes, on peut lire : « problèmes résolus en utilisant une procédure experte, problèmes résolus en utilisant une procédure personnelle ».
Expliquer en quoi cette fiche peut répondre aux attentes du programme.

# Annexe 1



# Annexe 2

Romain

$$\begin{array}{r} 27 \\ -12 \\ \hline \cancel{14} \\ 15 \end{array}$$

Réponse : Il y a 15 garçons dans la deuxième classes

Jérémy 14

$$\begin{array}{r} 26 \\ -12 \\ \hline 14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ -11 \\ \hline 16 \end{array}$$

14 filles 16 garçons

Réponse : Il y a 16 garçons ..........

Sofie

nombre de filles : 12 + $\boxed{14}$ = 26
Il y a 14 filles dans la 2eme classe

14 + $\boxed{13}$ = 27

Réponse : Il y a 13 garçons dans la 2eme classe.

Grégory.

$$\begin{array}{r} 27 \\ -26 \\ \hline 01 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ -1 \\ \hline 10 \end{array}$$

Réponse : Il y a 10 garçon dan la desciemme classe

Luel

$$\begin{array}{r} 26 \\ +12 \\ +11 \\ +27 \\ \hline 76 \end{array}$$

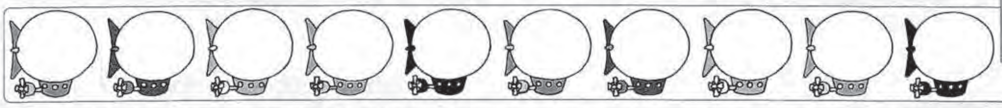
12 + 11 + 26 - 27 =
Il y a donc 12 garçons

Réponse : 12 garçon ..........

# Annexe 3

Deuxième période : calcul réfléchi de la soustraction et de la multiplication

page 55



A

Problème : Trois enfants se partagent équitablement 41 bonbons.
*Combien chaque enfant aura-t-il de bonbons ? Restera-t-il des bonbons ?*

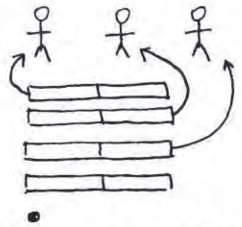
Voici les solutions de Sébastien, Mélanie et Cécile.

**Sébastien**

10 x 3 = 30
11 x 3 = 33
12 x 3 = 36
13 x 3 = 39
14 x 3 = 42 c'est trop.

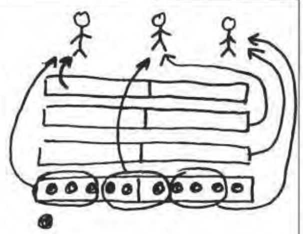
Chaque enfant aura 13 bonbons et il en restera 2.

**Mélanie**



Chacun aura 10 bonbons et il restera 11 bonbons.

**Cécile**



Chacun aura 13 bonbons et il en restera 2.

Entoure la ou les bonne(s) solution(s).
Pourquoi la ou les autres solutions ne conviennent-elles pas ?

B

## Problèmes à résoudre sur le cahier

Résous ces problèmes en utilisant des égalités ou des schémas.

1 ▶ Quatre pêcheurs se partagent équitablement les 92 maquereaux qu'ils ont pêchés.
*Combien de maquereaux chaque pêcheur aura-t-il ? Restera-t-il des maquereaux ?*

2 ▶ Un mercredi, la caissière d'une piscine a vendu 61 tickets d'entrées. 48 de ces tickets étaient pour des enfants ; les autres tickets étaient pour des adultes.
*Combien d'adultes sont allés à la piscine ce mercredi ?*

3 ▶ Un alpiniste commence à grimper le long d'une paroi qui est haute de 257 mètres. Il est déjà monté de 31 mètres.
*Combien de mètres doit-il encore grimper?*

4 ▶ Un livreur charge son camion avec 180 sacs de ciment. À son 1er client, il livre 45 sacs. À son 2e client, il livre 29 sacs. À son 3e client, il livre 87 sacs.
*Combien de sacs de ciment lui reste-t-il maintenant ?*

5 ▶ Un libraire range 175 images dans des enveloppes. Dans chaque enveloppe, il met 25 images.
*Combien d'enveloppes peut-il remplir ? Restera-t-il des images ?*

6 ▶ Dans la caisse de la coopérative, il y a 8 pièces de 20 F, 12 pièces de 10 F et 7 pièces de 5 F.
*Combien d'argent y a-t-il ?*

C

# CRETEIL, PARIS, VERSAILLES

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

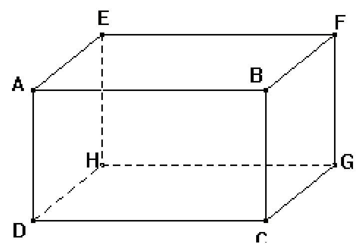
### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

A la bourse de Paysland, l'action GRANDTIXE valait 200 euros le premier janvier. Six mois plus tard, le 1$^{er}$ juillet, elle avait perdu 80% de sa valeur. Mais en août elle avait repris 80% sur la valeur du 1$^{er}$ juillet.
Combien vaut donc l'action GRANDTIXE en août ? Donner, en pourcentage, sa variation de janvier à août.

**EXERCICE 2**

***Sur la figure les dimensions ne sont pas respectées.***




On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH, dont les dimensions sont données par AD = 3,6 cm ; AB = 4,8 cm et AE = 7,2 cm.

1) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier votre réponse.

2) Calculer la valeur exacte de la longueur AC (en cm). Préciser le nom de la propriété utilisée et énoncer cette propriété.

3) Sur une page non encore écrite de votre copie, reproduire le segment [AB] en respectant la longueur donnée dans l'énoncé (placer ce segment à peu près au milieu de la feuille). Construire en vraie grandeur le triangle ABC.

4) A partir du tracé du triangle ABC, construire un patron de la pyramide FABC (laisser apparents le traits de construction).

5) a) Calculer la valeur exacte du volume $V$ de cette pyramide, exprimée en cm$^3$ (détailler les calculs). Quelle est la valeur du volume en centilitres ?

***On rappelle la formule donnant le volume d'une pyramide*** : $V = \frac{Bh}{3}$

b) Vérifier que le volume de la pyramide FABC est égal au sixième du volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

On considère l'exercice suivant extrait de l'évaluation Nationale en Mathématiques à l'entrée en Première année du cycle 3.

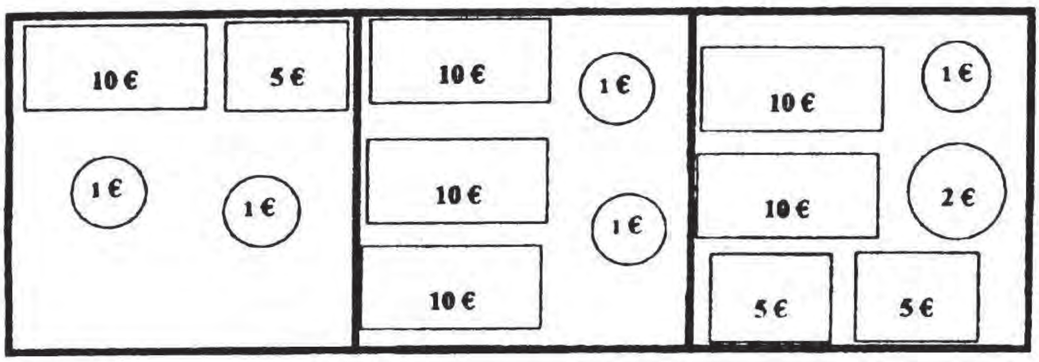
**Exercice 15**

Dans une classe, on a posé ce problème :

« Paul a acheté un livre à 17 €. Il a payé avec un billet de 50 €. Combien lui a-t-on rendu ? »

Voici les réponses de trois élèves :

**Réponse de Kamel** **Réponse de Loïc** **Réponse de Claude**




*Qui a raison ?*

Les réponses de quatre élèves sont fournies en Annexe 1.
Les questions qui suivent se rapportent à cette annexe.

1) Préciser les élèves qui n'ont pas fait d'erreur.

2) Pour chacun des élèves ayant commis une erreur, préciser cette erreur et expliquer le raisonnement fait par l'élève.

3) Analyser les réponses des élèves qui ont raison.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Les annexes 2 et 3 sont constituées d'activités proposées dans deux manuels d'élèves :
Annexe 2 : « Math outil » (Editions MAGNARD)
Annexe 3 : « Le nouveau Math Elem » (Editions BELIN)

1) Ces activités sont destinées au cycle 3. A quel niveau de classe peut-on les proposer ? Justifier la réponse.

2) Quels sont les objectifs des activités de chacune de ces annexes ?

3) Quelles sont les connaissances que doit avoir l'élève pour aborder ces activités ?

4) Comparer les approches proposées dans chacun des documents.

5) Quelle notion pourrait-on introduire à la suite de l'activité de l'annexe 3 ? Argumenter

# Annexe 1

Cette annexe correspond à la deuxième partie du premier volet.

**KIM**

*Qui a raison ?*

C'est Claude

*Explique pourquoi.*

Car 17 plus 33 égale 50.

*Tu peux utiliser ce cadre pour faire tes recherches*

$$\begin{array}{r} 17 \\ +\ 33 \\ \hline =\ 50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ +\ 17 \\ \hline =\ 34 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ +\ 32 \\ \hline =\ 49 \end{array}$$

**PAUL**

*Qui a raison ?*

C'est Kamel

*Explique pourquoi.*

Parce qu'il mi les piése + les billet sa fait 17 €.

*Tu peux utiliser ce cadre pour faire tes recherches*

# Annexe 1 (suite)

**MARC**

*Qui a raison ?*

C'est ..................................

*Explique pourquoi.*

..........................................................................................................................
..........................................................................................................................
..........................................................................................................................
..........................................................................................................................

*Tu peux utiliser ce cadre pour faire tes recherches*

$$\begin{array}{r} 50 \\ -17 \\ \hline 47 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 50 \\ -32 \\ \hline 22 \end{array}$$

**MAUD**

*Qui a raison ?*

C'est ..Claude....................

*Explique pourquoi.*

Claude a raison par-ce-que à 50 il a un zero et il paye 17€ le nombre doit se terminé par trois. Seul Claude a trouvé un résultat se terminant par 3.
..........................................................................................................................

*Tu peux utiliser ce cadre pour faire tes recherches*

# Annexe 2

Extrait de *« Math outil » (Editions MAGNARD)*

**1** L'unité étant le carreau, le segment AB mesure cinq carreaux et $\frac{4}{10}$ de carreau.

**Exprime cette mesure sous la forme d'un nombre décimal.**


**Pour t'aider**

**Complète le tableau.**
**5 unités et 4 dixièmes ou**
**5 unités + 4 dixièmes**

| unités | dixièmes $\frac{1}{10}$ | centièmes $\frac{1}{100}$ | millièmes $\frac{1}{1000}$ |
|---|---|---|---|
| 5 | | | |

**2** **Écris la fraction décimale $\frac{256}{100}$ sous la forme d'un nombre décimal.**

**Pour t'aider**

*256 centièmes = 200 centièmes + 50 centièmes + 6 centièmes.*

$$\frac{256}{100} = \frac{200}{100} + \frac{50}{100} + \frac{6}{100}$$
$$= 2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$$

***Complète le tableau.***
**2 unités + 5 dixièmes**
**+ 6 centièmes**

| unités | dixièmes $\frac{1}{10}$ | centièmes $\frac{1}{100}$ | millièmes $\frac{1}{1000}$ |
|---|---|---|---|
| | 5 | | |

**3** **Écris la fraction décimale $\frac{17\,213}{1\,000}$ sous la forme d'un nombre décimal.**

**Pour t'aider**

17 213 millièmes = 17 000 millièmes + 200 millièmes + 10 millièmes + 3 millièmes.

$$\frac{17\,213}{1000} = \frac{17\,000}{1000} + \frac{200}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{3}{1000}$$
$$= 17 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} + \frac{3}{1000}$$

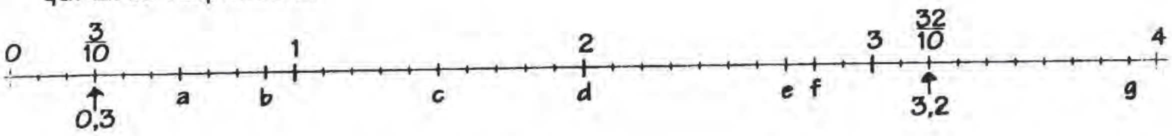
**Complète le tableau.**
**1 dizaine 7 unités + 2 dixièmes**
**+ 1 centième + 3 millièmes**

| dizaines | unités | dixièmes $\frac{1}{10}$ | centièmes $\frac{1}{100}$ | millièmes $\frac{1}{1000}$ |
|---|---|---|---|---|
| | 7 | | | |

# Annexe 3

Extrait de « *Le nouveau Math Elem* » (Editions BELIN)

a. Remplace chaque lettre par la fraction décimale et le nombre à virgule qui lui correspondent.

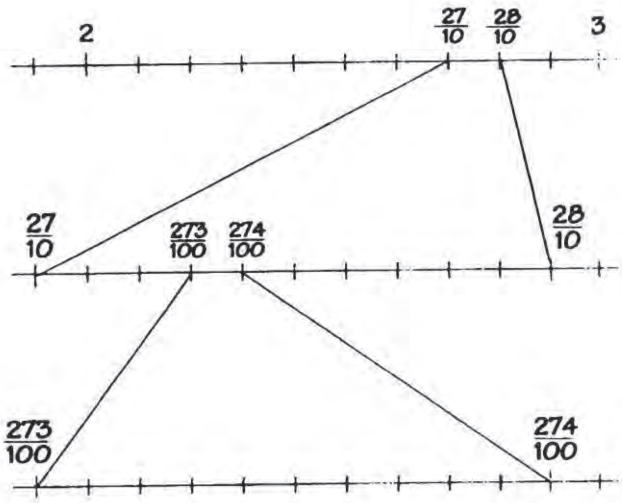



b. On agrandit la partie de la droite graduée comprise entre $\frac{27}{10}$ et $\frac{28}{10}$.

Écris toutes les fractions décimales qui correspondent aux graduations marquées dans l'agrandissement, ainsi que les nombres à virgule qui leur correspondent.

c. En agrandissant encore plus, on voit les nombres entre $\frac{273}{100}$ et $\frac{274}{100}$.

Écris quatre nombres parmi ceux qui correspondent à ces graduations, sous forme de fractions décimales et de nombres à virgule.



# DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STRASBOURG

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

On remarque que :

| | | |
|---|---|---|
| $65^2 = 4225$ | et que | $6 \times 7 \times 100 + 25 = 4225$ |
| $145^2 = 21025$ | et que | $14 \times 15 \times 100 + 25 = 21025$ |
| $1275^2 = 1625625$ | et que | $127 \times 128 \times 100 + 25 = 1625625$ |

a) Généraliser cette remarque en proposant une relation mathématique.
b) Vérifier cette relation sur deux autres exemples.
c) Démontrer cette relation.

**EXERCICE 2**

Dans cet exercice on utilisera la feuille anonymable comportant la demi-droite [Ax) (voir Annexe 0). La figure sera complétée au fur et à mesure des questions et laissera apparents les traits de construction. Cette feuille sera rendue avec vos copies. Les instruments de construction géométrique autorisés sont, sauf indication contraire, la règle graduée, l'équerre et le compas.

On considère un triangle ABC avec B appartenant à la demi-droite [Ax) et AB = 6cm, BC = 10cm, AC = 8cm.

1) a) Quelle est la nature du triangle ABC ?
b) On appelle H le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur le segment [BC] ; tracer H. Par deux calculs différents d'une même aire, calculer AH.

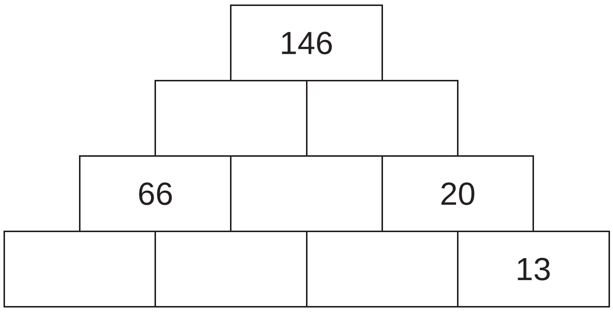
2) a) En utilisant seulement une équerre et une règle, sans utiliser les graduations, tracer le milieu I de [BC]. Justifier.
b) En utilisant seulement un compas, tracer le symétrique A' de A par rapport à la droite (BC). Justifier.
c) Montrer que le quadrilatère ABA'C est inscriptible dans un cercle dont on déterminera les caractéristiques.

3) Soit B' le symétrique de B par rapport à H. Quelle est la nature du quadrilatère ABA'B' ?

4) Soit (d) la droite qui passe par B' et qui est perpendiculaire à la droite (BC). Montrer que le symétrique B'' du point B par rapport à A appartient à la droite (d).

## EXERCICE 3

Compléter les valeurs qui manquent dans le mur, sachant que le nombre écrit sur chaque brique est la somme des nombres écrits sur les deux briques sur lesquelles elle repose.
Expliciter la procédure de résolution utilisée et fournir le détail des calculs.




**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

L'exercice 6 présenté en annexe 1a est extrait du livret d'évaluation nationale 6$^{ème}$ de septembre 2002. En début de séquence l'enseignant a vérifié que chaque élève avait à sa disposition une règle graduée, une équerre et un compas. Aucune consigne orale n'a été formulée. Les élèves avaient environ 6 minutes pour le réaliser.

En annexe 1b et 1c, les productions de quatre élèves sont présentées.

a) Citer les deux compétences évaluées par l'exercice donné aux élèves.

b) Pour chaque élève, analyser le degré de maîtrise des deux compétences citées en a).

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Les exercices donnés en annexe 2 sont extraits du manuel « Place aux maths », Editions Bordas, Cycle 3, CE2.

1) a) Dans le domaine de la résolution de problèmes, citer deux compétences communes nécessaires pour résoudre les cinq exercices.

b) Dans le domaine de la résolution de problèmes, indiquer les exercices nécessitant la mobilisation d'au moins une compétence supplémentaire non mentionnée dans la réponse précédente ; pour chacun de ces exercices, en préciser une.

2) **Cette question concerne l'exercice 4.**

a) Citer deux erreurs, de types différents, pouvant être commises par des élèves de CE2.

b) Face à un élève qui ne donne aucune réponse au problème, le maître envisage deux aides possibles Pour chaque aide, analyser les effets possibles sur l'élève concerné.

| |
|---|
| <u>Aide 1 :</u> il donne à l'élève un calendrier présentant tous les mois sur une même page en lui disant que cela devrait l'aider. |

| | |
|---|---|
| <u>Aide 2 :</u> il demande à l'élève si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses | |
| - On te demande combien vont coûter les timbres. | OUI - NON |
| - La classe envoie 26 lettres en un mois. | OUI - NON |
| - Un élève envoie deux lettres par an. | OUI - NON |

c) Dans l'aide 2, un élève a répondu :

« La classe envoie 26 lettres en un mois. ~~OUI~~ – NON »

Il justifie sa réponse en affirmant que la classe n'envoie qu'une seule lettre par mois. Comment reformuleriez-vous l'énoncé de l'exercice 4 pour en éviter cette interprétation ?

3) **Cette question concerne l'exercice 5.**

a)Comment peut-on traduire l'énoncé sous forme mathématique ?

b) Comment un élève de début de cycle 3 peut-il résoudre cet exercice ?

c) Indiquer la difficulté spécifique de cet exercice par rapport aux quatre autres.

d) En s'inspirant de l'aide 2 de la question 2) b), construire une aide pour cet exercice.

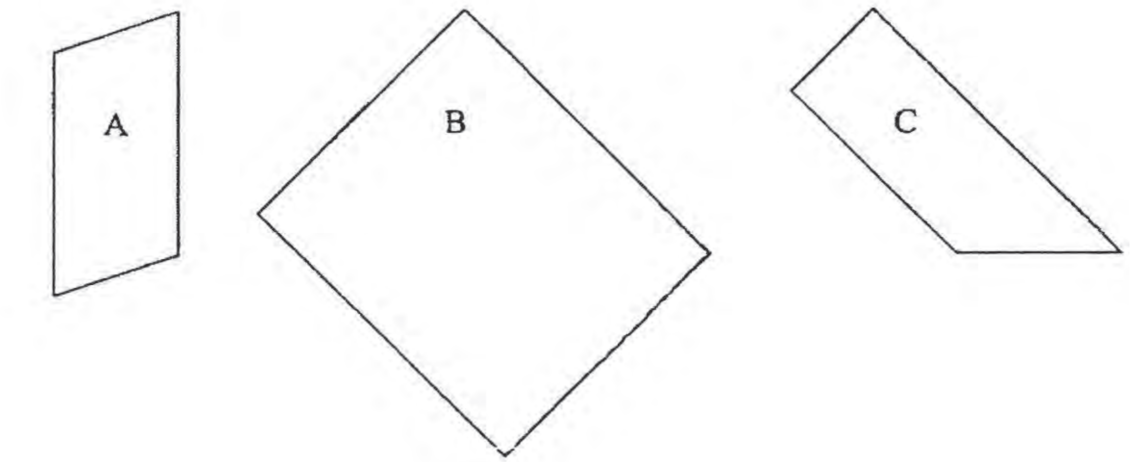
e) Construire, pour des élèves en difficulté, un problème relevant du même modèle, leur permettant une manipulation.

# Annexe 0

(à rendre avec la copie)


# Annexe 1a

Voici trois figures.




Remplis le tableau ci-dessous.

| Figure | Est-ce un rectangle ?<br>Entoure la bonne réponse. | Explique comment tu t'en es aperçu. |
|---|---|---|
| A | OUI NON | |
| B | OUI NON | |
| C | OUI NON | |

# Annexe 1b

**ELEVE A**

| Figure | Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse. | Explique comment tu t'en es aperçu. |
|---|---|---|
| A | OUI NON | C'est un rectangle parce que les cotés sont droites. |
| B | OUI NON | Parce que il y a 4 sommet et 4 côtés. |
| C | OUI NON | Parce qu'il y a 1 côtés qu'il est pas comme les autres. |

**ELEVE B**

| Figure | Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse. | Explique comment tu t'en es aperçu. |
|---|---|---|
| A | OUI NON | parce que les 2 petits côtés sont penches |
| B | OUI NON | parce que les deux grands mesure pareille et les deux petits aussi |
| C | OUI NON | parce que les côtes de mesure pas pareille. |

# Annexe 1c

**ELEVE C**

| Figure | Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse. | Explique comment tu t'en es aperçu. |
|---|---|---|
| A | OUI NON | car il n'a pas d'angles droits |
| B | OUI NON | Oui car il a deux parallèles de 4,2 cm et deux autres de 3,1 cm et il a 4 angles droits |
| C | OUI NON | car il a que deux angles droits. |

**ELEVE D**

| Figure | Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse. | Explique comment tu t'en es aperçu. |
|---|---|---|
| A | OUI NON | les parrallèles ne sont pas droite |
| B | OUI NON | les parrallèles sont droite et ne sont pas de la même longueur. |
| C | OUI NON | les parrallèles ne sont pas égausc. |

# Annexe 2

Nombres et calcul

**9** Résolution de problèmes

## Apprendre à chercher (1)

**Jeu de calcul :** Jeu de la fourchette entre 0 et 1 000.

**1. Observe** la pancarte affichée à l'entrée des grottes du Grand Gouffre et **complète** le tableau des prix de 5 tickets de caisse.


| Nombre de personnes | Prix payé en euros |
|---|---|
| 1 adulte et 1 enfant | |
| 3 adultes et 1 enfant | |
| 1 adulte et 3 enfants | |
| 4 enfants | |
| 3 adultes et 4 enfants | |

Sur un autre ticket de caisse, il est écrit « 24 € ».
Combien d'adultes et d'enfants ce ticket concerne-t-il ?

**2.** Dans une classe de CE2 de 28 élèves, les livres sont répartis de la façon suivante :

- chaque élève a un livre de maths, un livre de lecture et un livre d'orthographe,
- deux voisins de table utilisent un même livre pour l'histoire/géographie et pour les sciences,
- le maître possède un exemplaire de chacun de ces livres.

Combien de livres de sciences y a-t-il dans cette classe ?
Quel est le nombre total de livres dans la classe ?

# Annexe 2 (suite)

**3.** Le Grand Hôtel est situé à 8 minutes à pied de la gare.

Il possède 240 chambres.
185 d'entre elles sont des chambres simples (avec un seul lit).
Toutes les autres sont des chambres doubles (avec deux lits).

Les clients peuvent se garer dans l'une des 48 places de parking du Grand Hôtel.


- Quel est le prix d'une chambre simple avec petit déjeuner ?

- Combien de chambres doubles le Grand Hôtel possède-t-il ?

**4.** 26 élèves de CE2 écrivent une lettre à leur correspondant chaque mois, de septembre à juin. Pour chaque lettre, il faut un timbre à 50 cents d'euros.
Combien de timbres seront utilisés pendant l'année ?

**5.** La directrice a commandé 900 feuilles de classeurs pour les 5 classes de l'école. Les feuilles sont vendues par paquets de 100 ou de 200.
La directrice reçoit 6 paquets.
Combien de paquets de 100 feuilles et de paquets de 200 feuilles a-t-elle reçus ?

# GRENOBLE

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Deux cyclistes font une course consistant en un aller-retour entre deux villes A et ***B ;*** on appelle ***d*** la distance entre ces deux villes.

Le premier cycliste est plein d'ardeur et fait le trajet de ***A*** à B avec une vitesse ***v*** très honorable; malheureusement, dans la ville B***,*** sa bicyclette subit une avarie qui le contraint à revenir de B en ***A*** à une vitesse ***w*** très réduite.

Quant au deuxième cycliste, il part de ***A*** en même temps que le premier; il effectue les deux trajets de ***A*** à B puis de B à ***A*** avec la même vitesse constante ***x*** nettement inférieure à ***v,*** mais la malchance de son compagnon lui permet de terminer la course en ***A*** en même temps que lui.

On précise :
- les vitesses ***v, w et x*** sont considérées comme constantes ;
- aucun temps d'arrêt en B n'est à prendre en compte.

1) On suppose d'abord: ***d*** = 20 km, ***v*** = 40 km/h et ***w*** = 10 km/h
   a) Combien de temps ont duré les deux trajets aller et retour du premier cycliste ?
   b) Quelle était la vitesse ***x*** du deuxième cycliste ?

2) Établissez maintenant une formule générale qui permet de calculer ***x*** en fonction de ***d, v*** et ***w.***

**EXERCICE 2**

Dans un plan, on considère un décagone régulier convexe $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}$ inscrit dans un cercle de centre 0 et de rayon ***R.*** On s'intéresse aux deux longueurs: ***x*** = $A_1A_2$ et y = $A_1A_4$, et on veut établir les égalités : $\boldsymbol{y - x = \sqrt{xy} = R}$.

Sur votre figure, il vous suffira de porter les points 0, $A_1$, $A_2$ et $A_4$

1) Calculez les angles des triangles $OA_1A_2$ et $OA_1A_4$.

2) Soit B l'intersection des droites ($OA_2$) et ($A_1A_4$).
Calculez aussi les angles des triangles $OA_1B$, $BA_1A_2$ et $OBA_4$.

3) Justifiez l'égalité des trois longueurs OB, $BA_1$ et $A_1A_2$ ainsi que celle des deux longueurs $OA_4$ et $BA_4$. Déduisez-en la différence ***y - x.***

4- Justifiez le parallélisme des droites ($OA_4$) et ($A_1A_2$) ainsi que l'égalité :

$$\frac{R - x}{x} = \frac{x}{R}.$$

Déduisez-en la valeur de xy.

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

Les annexes A1 et A2 présentent quatre productions d'élèves obtenues dans le cadre de l'évaluation nationale effectuée en 6$^{ème}$ à la rentrée scolaire de septembre 2002.

Les élèves devaient répondre, en temps limité, dans la partie gauche du document, sans autre instruction que ce qui est écrit.

Le correcteur a entouré, dans la partie droite, le code à un chiffre (entre 0 et 9) qui traduit la réponse de l'élève, selon les consignes de codage fournies par le ministère.

1) Pour l'élève Enzo, dans l'exercice 12, le code 5 a été retenu.

a) Quelle erreur a-t-il commise ?

b) Proposez deux hypothèses qui peuvent expliquer cette erreur.

c) Comment expliquer alors sa réussite à l'exercice 13 ?

2) Les réponses des élèves Nadia et Thomas dans l'exercice 12 sont codées 7.

a) Quelle est leur erreur commune dans le traitement des nombres ?

b) Quel obstacle dans l'apprentissage des nombres peut être à l'origine de cette erreur ?

3) Dans l'exercice 13, on a constaté, au niveau national, que :
- seulement 57,6 % des élèves ont donné une réponse juste,
- 27,4 % des élèves ont commis la même erreur qu'Aude et Thomas.

a) Donnez deux raisons qui expliquent le faible taux de réussite à cet exercice.

b) Pourquoi l'erreur commise par Aude et Thomas est-elle si fréquente ?

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Les documents qui vont être utilisés sont extraits :

- du manuel « ***J'apprends les maths*** - ***Cycle des apprentissages fondamentaux CE1*** - ***Nouvelle édition € »*** - Rémi BRISSIAUD, Pierre CLERC et André OUZOULIAS - éditeur RETZ - 2002 - pages 98, 99, 100 et 102 : annexes B1, B2, B3 et B4 ;
- de l'ouvrage ***« Apprentissages numériques et résolution de problèmes - Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 »*** - Equipe ERMEL - éditeur HATIER - 1993 - pages 255 à 257 : annexes C1 et C2 ;
- du manuel ***« Optimath - Cycle 2 - CE1 - Nouvelle édition »,*** - R. EILER et A. DESCAVES - éditeur HACHETTE Éducation - 1999 - pages 74, 75 et 136 : annexes D1, D2 et D3.

Le maître de CE1 doit introduire la multiplication qui est au programme du cycle 2. Les manuels qu'il consulte lui suggèrent deux approches :

- addition réitérée : dénombrer une réunion de parties ayant le même nombre d'éléments ;
- quadrillage : dénombrer les éléments d'une collection organisée en lignes et colonnes.

Ces deux approches sont d'ailleurs exprimées dans le document d'application du programme de cycle 2 du 10 février 2002 :

- ***« déterminer par multiplication la quantité obtenue par réunion ou itération de plusieurs quantités identiques » ;***
- ***« dénombrement d'objets disposés en lignes et colonnes régulières (par exemple sur un quadrillage) ».***

1) En vous référant à ces deux approches possibles, décrivez la présentation de la multiplication retenue par chacun des trois ouvrages cités en annexes B1, C1 et C2, D1.

2) Dans les extraits présentés en annexes B1, B2 et B3 d'une part et D1 et D2 d'autre part, les deux approches sont employées.

a) Dans quels endroits de ces annexes ces deux approches sont-elles présentes simultanément ?

b) Comparez la manière d'introduire le signe « x » dans ces annexes.

3) Quel intérêt pédagogique peut-on trouver à chacune de ces deux approches ?

4) Considérons les annexes C1 et C2.

Identifiez deux procédures susceptibles d'être utilisées par les élèves pour calculer les gains au « jeu des enveloppes ».

5) Considérons l'annexe D3.

a) Sur quelle propriété de la multiplication les activités de cette annexe portent-elles ?

b) Dans quel but cette propriété est-elle vraisemblablement introduite par les auteurs ?

c) Dans la partie « Observe », le calcul 6 x 20 apparaît. Quelle propriété de la multiplication y est implicitement mise en œuvre ?

6) Considérons maintenant l'annexe B4.

a) Quels sont les deux buts recherchés dans le dialogue présenté en 🕘 de cette annexe ?

b) Parmi les cinq calculs proposés en 🕘, quels sont ceux qui permettent d'illustrer les deux buts à la fois ?

# Annexe A1

AUDE

**Exercice 12**

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.

2 2,02 22,2 22,02 20,02 0,22

..0,22.. < ..2...... < 2,02. < 20,02 < 22,02 < .22,2.. — 1 5 6 7 9 0

**Exercice 13**

Voici cinq nombres rangés du plus petit au plus grand.
Écris le nombre 3,1 à la place qui convient.

............ 2,93 ............ 3 ..3,1... 3,07 ............ 3,15 ............ 3,4 ............ — 1 6 9 0

ENZO

**Exercice 12**

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.

2 2,02 22,2 22,02 20,02 0,22

..22,2.. < .22,02. < ..20,02 < 2,02.... < .2......... < ..0,22 — 1 5 6 7 9 0

**Exercice 13**

Voici cinq nombres rangés du plus petit au plus grand.
Écris le nombre 3,1 à la place qui convient.

............ 2,93 ............ 3 ............ 3,07 ...3,1... 3,15 ............ 3,4 ............ — 1 6 9 0

# Annexe A2

**NADIA**

**Exercice 12**

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.

2 2,02 22,2 22,02 ~~20,02~~ ~~0,22~~

2 < 0,22 < 2,02 < 20,02 < 22,02 < 22,2

1 5 6 7 9 0

**Exercice 13**

Voici cinq nombres rangés du plus petit au plus grand.
Écris le nombre 3,1 à la place qui convient.

............ 2,93 ............ 3 ............ 3,07 ............ 3,15 ............ 3,4 3,1

1 6 9 0

**THOMAS**

**Exercice 12**

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.

2 2,02 22,2 22,02 20,02 0,22

0,22 < 2,02 < 20,02 < 22,02 < 22,2 < 2

1 5 6 7 9 0

**Exercice 13**

Voici cinq nombres rangés du plus petit au plus grand.
Écris le nombre 3,1 à la place qui convient.

............ 2,93 ............ 3 3,1 3,07 ............ 3,15 ............ 3,4 ............

1 6 9 0

# Annexe B1

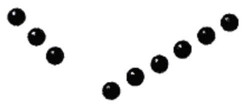
Extrait du manuel « J'apprends les maths – Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 – Nouvelle édition € - Rémi BRISSIAUD, Pierre CLERC et André OUZOULIAS – éditeur RETZ – 2002 – page 98.

SÉQUENCE 71

## La multiplication (1) : le signe x (« multiplié par »)

.../...

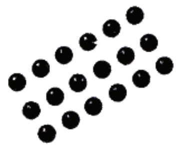
1 *Ici, il y a 3 perles et encore 6 perles.*



On peut écrire le nombre total de perles avec le signe **+** (plus). C'est :

**3 + 6** ou **6 + 3**

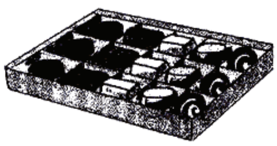
*Ici, il y a 6 rangées de 3 perles ou 3 rangées de 6 perles.*



On peut écrire le nombre total de perles avec le signe **x** (multiplié par). C'est :

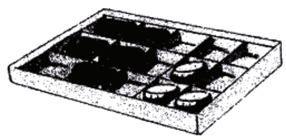
**3 x 6** ou **6 x 3**

Écris le nombre d'objets avec le signe **+** ou avec le signe **x**.



*Le nombre total de chocolats est*

.................. ou ..................



*Le nombre total de chocolats est*

.................. ou ..................

*Le nombre total de clés est*

.................. ou ..................

*Le nombre total de clés est*

.................. ou ..................

*Le nombre total de bouteilles est*

.................. ou ..................

*Le nombre total de bouteilles est*

.................. ou ..................

.../...

98

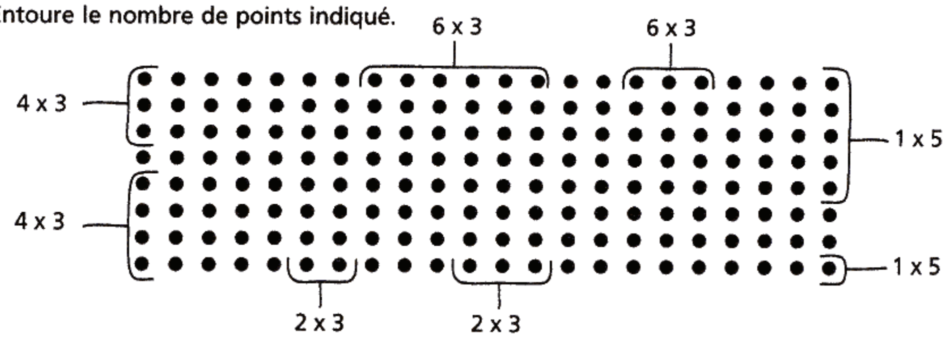
1 Introduction du signe x (différence entre le signe + et le signe x). Le signe x se dit « *multiplié par* ». ▷

# Annexe B2

Extrait du manuel « J'apprends les maths – Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 – Nouvelle édition € - Rémi BRISSIAUD, Pierre CLERC et André OUZOULIAS – éditeur RETZ – 2002 – page 99.

.../...

**2** Entoure le nombre de points indiqué.




.../...

▷ Il permet de décrire une quantité organisée en *a* rangée de *b* objets. Ici on se contente de dire que 3 x 6 décrit 3 rangées de 6 points ou 6 rangées de 3 points. On ne cherche pas le nombre total, on n'emploie donc pas le mot *fois* qui est utilisé pour décrire le mode de calcul (voir sq 72).

**2** Interpréter des écritures multiplicatives : l'écriture 6 x 3 se comprend aussi bien comme 6 colonnes de 3 que comme 3 lignes de 6.

99

# Annexe B3

Extrait du manuel « J'apprends les maths – Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 – Nouvelle édition € - Rémi BRISSIAUD, Pierre CLERC et André OUZOULIAS – éditeur RETZ – 2002 – page 100.

SÉQUENCE 72

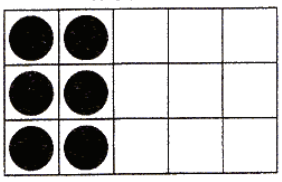
## La multiplication (2) : *a* x *b*, c'est *a* fois *b* ou *b* fois *a*

.../...

**1** *Mathilde et Mathieu ont une boîte qui peut contenir 3 x 5 chocolats.*
*Mathilde la remplit colonne par colonne et Mathieu ligne par ligne.*

Termine leur travail et complète les égalités.

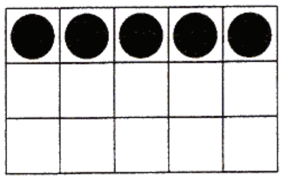
*Mathilde*



3 x 5 = 3 + 3 + ..................

*Il y a* ........ *chocolats.*

*Mathieu*

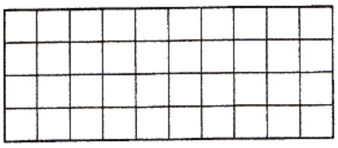


3 x 5 = .... 5 + ....................

*Il y a* ........ *chocolats.*

*Quel est le calcul le plus facile ?* ..............................................

**2** Imagine les deux façons de remplir la boîte et écris-les sous forme d'additions.



10 x 4 = ........................................................

10 x 4 = ........................................................

*Cette boîte peut contenir* ........ *chocolats.*

2 x 7 = ........................................................

2 x 7 = ........................................................

*Cette boîte peut contenir* ........ *chocolats.*

Imagine les boîtes.

9 x 2 = ........................................................

9 x 2 = ........................................................

*Cette boîte peut contenir* ........ *chocolats.*

4 x 5 = ........................................................

4 x 5 = ........................................................

*Cette boîte peut contenir* ........ *chocolats.*

*J'ai appris :* **9 x 2 se lit : « 9 multiplié par 2 ».**
**Mais on peut le calculer comme 9 groupes de 2 (ou 9 fois 2)**
**ou comme 2 groupes de 9 (ou 2 fois 9).**
**Souvent, une façon de calculer est plus facile que l'autre.**

**3** Imagine les deux façons de calculer et choisis la plus facile.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 x 6 = ........ | 5 x 10 = ........ | 8 x 2 = ........ | 1 x 9 = ........ | 50 x 2 = ........ |
| 2 x 6 = ........ | 4 x 0 = ........ | 5 x 3 = ........ | 8 x 10 = ........ | 4 x 100 = ........ |

.../...

**1** à **3** Quand on utilise le mot *multiplié*, *a* x *b* se lit toujours de gauche à droite : « *a* multiplié par *b* ». En revanche, on calcule tantôt « de gauche à droite », tantôt l'inverse. Pour 2 x 7, il est plus facile de calculer 2 groupes de 7 (de gauche à droite) que 7 groupes de 2. Mais pour 10 x 4, il est plus facile de calculer 4 groupes de 10 (de droite à gauche) que 10 groupes de 4. Pour décrire le mode de calcul, on dit tantôt « *a* groupes de *b* » (ce qui fait le lien avec les connaissances en numération quand *b* = 10), tantôt « *a* fois *b* ».

100

# Annexe B4

Extrait du manuel « J'apprends les maths – Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 – Nouvelle édition € - Rémi BRISSIAUD, Pierre CLERC et André OUZOULIAS – éditeur RETZ – 2002 – page 102.

SÉQUENCE 74

## La multiplication (3): de l'addition répétée à la multiplication

.../...

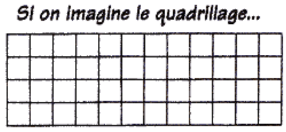
**1** *L'écureuil et Mathieu calculent le résultat de cette addition répétée :*

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = .........

*Quatre et quatre, huit.*
*Huit et quatre, douze.*
*Douze et quatre, seize.*
*Seize et quatre, vingt.*
*Ça va être long !*

*Je cherche combien de fois il y a 4 dans cette addition...*
*C'est 12 fois 4. Je calcule 4 x 12.*

*Si on imagine le quadrillage...*



*... on voit qu'il vaut mieux calculer 4 fois 12.*

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 x 12
= ............

**2** Écris la multiplication qui résume l'addition répétée et calcule-la.

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = .........
= .........

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = .........
= .........

10 + 10 + 10 + 10 = .........
= .........

7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = .........
= .........

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = .........
= .........

.../...

102

**Multiplications** : les cas sont du type : 4 x 10 ou 10 x 4 (*n* fois 10 avec *n* à 1 chiffre); 4 x 100 ou 100 x 4 et 16 x 2 ou 2 x 16 (2 fois *n* quand 10 ≤ *n* ≤ 20). On glissera également quelques cas du type 0 x *n* et 1 x *n*. Les calculs demandés *a* x *b* sont écrits au tableau. Lors de la validation, on explicite le mode de calcul : «*a* groupes de *b*» ou «*b* groupes de *a*»?

**1** et **2** Apprendre à écrire une addition répétée sous forme multiplicative : on compte combien de fois le terme est répété pour accéder au 2nd facteur.

# Annexe C1

Extrait de l'ouvrage ***« Apprentissages numériques et résolution de problèmes - Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 »*** - Equipe ERMEL - éditeur HATIER – 1993 – pages 255 et 256.

Dans cet ouvrage, la multiplication est introduite par l'activité présentée ci-dessous, dans les annexes C1 et C2.

## 1. Le jeu des enveloppes

.../...

### Matériel

25 enveloppes contenant chacune 3 jetons, marquées 3.
25 enveloppes contenant chacune 4 jetons, marquées 4.
25 enveloppes contenant chacune 5 jetons, marquées 5.
Un « jeu » de trois cartes marquées respectivement 3, 4, 5.
Trois enveloppes contenant respectivement 3, 4, 5 jetons pour un tirage au sort. Ces enveloppes sont dans une boîte.

*Le matériel peut être réalisé par les élèves, ils mettront les jetons dans les enveloppes et inscriront dessus les nombres correspondants.*
*On peut aussi se contenter des 3 enveloppes pour les tirages contenant les jetons, et de collections d'enveloppes représentées .../...*

.../...

### Règle du jeu

Le « jeu » consiste à tirer au hasard :
a) un nombre d'enveloppes : 3, 4 ou 5 ;
b) un type d'enveloppe, c'est-à-dire une enveloppe contenant soit 3, 4 ou 5 jetons.
Le gain est déterminé par le nombre total de jetons obtenus.
Exemple : si l'élève a tiré 3 pour le nombre d'enveloppes, et une enveloppe à 5 jetons, il gagne 3 enveloppes de 5 jetons, donc 15 jetons.

# Annexe C2

Extrait de l'ouvrage ***« Apprentissages numériques et résolution de problèmes - Cycle des apprentissages fondamentaux CE1 »*** - Equipe ERMEL - éditeur HATIER – 1993 – pages 257.

## Déroulement

**PREMIÈRE PHASE :** APPROPRIATION DU JEU ET PREMIERS CALCULS

### Partie 1 : Tirage collectif

Un enfant tire une carte qui indique le nombre d'enveloppes (exemple : 4) et une enveloppe de la boîte qui indique la valeur des enveloppes à prendre (exemple : 5). Les 4 enveloppes de 5 sont affichées au tableau. Le nombre de jetons gagnés est le nombre total de jetons dans les enveloppes. Les élèves sont invités à chercher ce nombre.
Les élèves qui ont des difficultés reçoivent les enveloppes nécessaires (ici 4 enveloppes de 5 jetons).
Un rapide inventaire des différents modes de calculs est effectué.
Il ne semble pas nécessaire d'aller jusqu'à la validation par ouverture des enveloppes, c'est pourquoi les dessins des enveloppes peuvent suffire.

### Partie 2 : Tirage par groupe

Des groupes de quatre élèves (par exemple) sont constitués. Chaque groupe fera un tirage par l'intermédiaire d'un représentant. Gagnera l'équipe qui aura le plus grand nombre de jetons. Le représentant de chaque groupe tire une carte et une enveloppe. Il prend alors les enveloppes gagnées et les rapporte dans son groupe, qui calcule le nombre de jetons gagnés. On espère par la présence effective des enveloppes que les élèves peuvent manipuler, éliminer l'addition des deux données.
Un élève de chaque groupe vient écrire son résultat et décrit le calcul qui a permis de l'obtenir. Les équipes sont rangées de celle qui a gagné le moins de jetons à celle qui en gagné le plus.

### Partie 3 : Tirage par groupe avec vérification

Les élèves étant toujours par groupe, on réalise un nouveau tirage mais chaque groupe doit calculer son gain et trouver ce qu'a gagné chacune des autres équipes. Il doit noter les résultats dans un tableau du type suivant.

NOM : PRÉNOM :

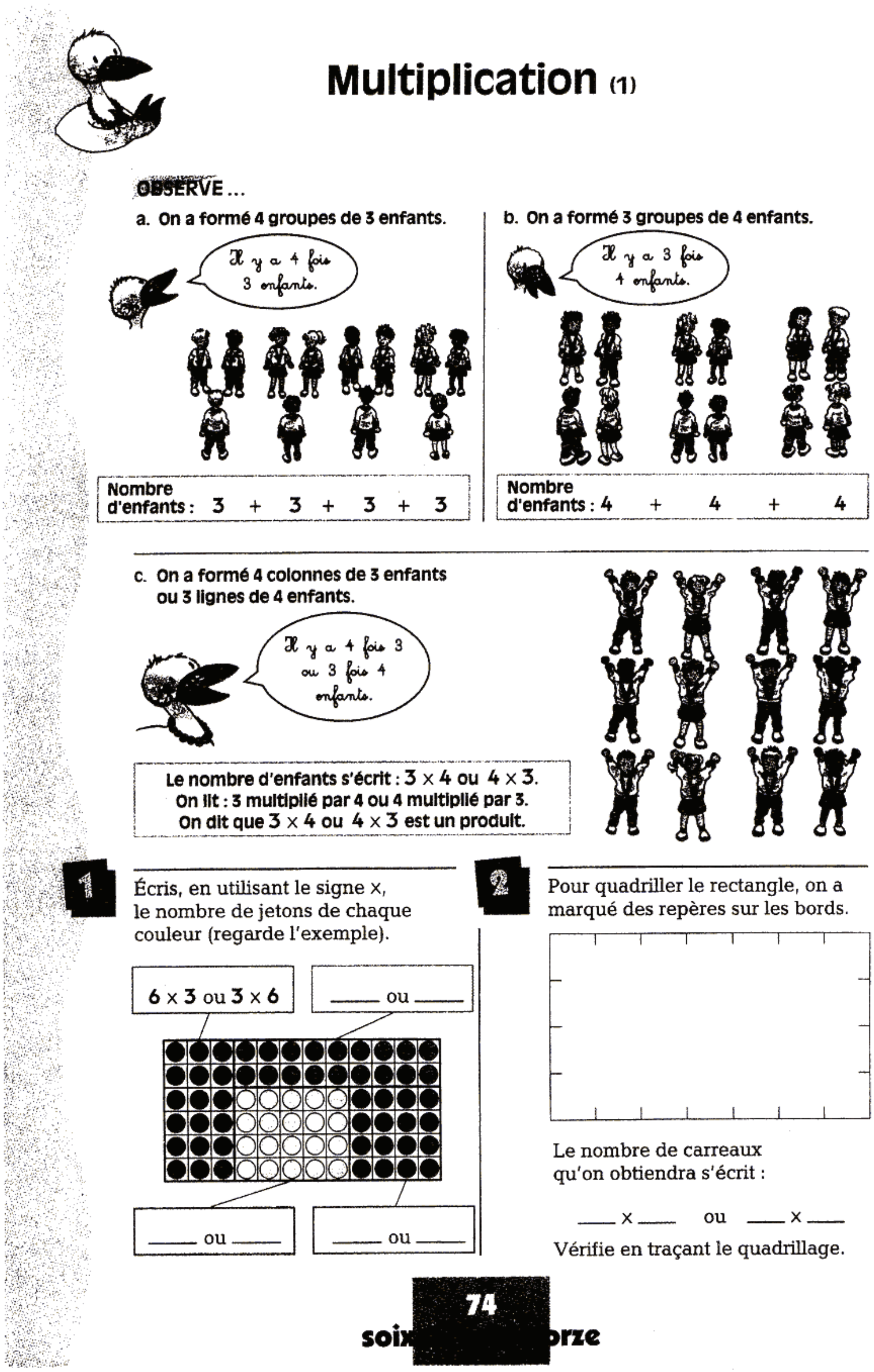
| |
|---|
| ÉQUIPE 1 : |
| ÉQUIPE 2 : |
| ÉQUIPE 3 : |
| ÉQUIPE 4 : |
| |

*Les enveloppes gagnées par une équipe sont toujours à sa disposition ; en revanche les élèves de cette équipe ne disposent pour conduire les calculs relatifs aux autres équipes que des notes écrites sur leur fiche. Leurs premières formulations associent souvent des informations liées au tirage proprement dit et les traitements que ces informations entraînent (calculs).*

La mise en commun vise à comparer les différentes propositions des enfants et à vérifier que tout le monde a trouvé les mêmes résultats : les enfants doivent percevoir l'intérêt de formulations qui lient bien le calcul et le sens, par exemple : 5 enveloppes de 4 et $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$

# Annexe D1

Extrait du manuel ***« Optimath - Cycle 2 - CE1 - Nouvelle édition »,*** - R. EILER et A. DESCAVES - éditeur HACHETTE Éducation - 1999 – page74.



## Multiplication (1)

OBSERVE…

a. On a formé 4 groupes de 3 enfants.



Nombre d'enfants : 3 + 3 + 3 + 3

b. On a formé 3 groupes de 4 enfants.



Nombre d'enfants : 4 + 4 + 4

c. On a formé 4 colonnes de 3 enfants ou 3 lignes de 4 enfants.



Le nombre d'enfants s'écrit : $3 \times 4$ ou $4 \times 3$.
On lit : 3 multiplié par 4 ou 4 multiplié par 3.
On dit que $3 \times 4$ ou $4 \times 3$ est un produit.

**1** Écris, en utilisant le signe ×, le nombre de jetons de chaque couleur (regarde l'exemple).

$6 \times 3$ ou $3 \times 6$ | ___ ou ___

___ ou ___ | ___ ou ___

**2** Pour quadriller le rectangle, on a marqué des repères sur les bords.

Le nombre de carreaux qu'on obtiendra s'écrit :

___ × ___ ou ___ × ___

Vérifie en traçant le quadrillage.

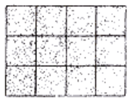
74
soixante-quatorze

# Annexe D2

Extrait du manuel ***« Optimath - Cycle 2 - CE1 - Nouvelle édition »,*** - R. EILER et A. DESCAVES - éditeur HACHETTE Éducation - 1999 – page75.

**3**

Maxime et Élodie ont chacun un rectangle comme celui qui est dessiné.



Le nombre de carrés s'écrit : **4** × ___ ou ___ × **4**

Ils ont découpé et accolé les bandes.

Complète :

Maxime

___ + ___ + ___ = ___

Élodie

___ + ___ + ___ + ___ = ___

Compare les longueurs des deux grandes bandes et complète :

___ × ___ = ___ × ___

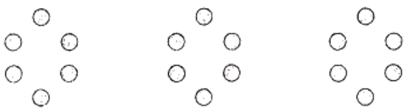
**4**

**a.** Observe les deux manières de placer les jetons et fais les calculs.

1re manière

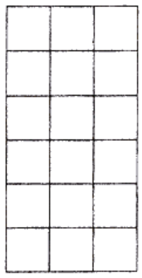
___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

2e manière



___ + ___ + ___ = ___

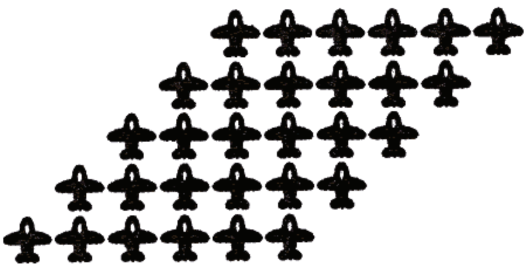
**b.** Dessine les jetons dans le quadrillage.



Le nombre de jetons s'écrit aussi : ___ × ___ = ___ × ___ = ___

**5**

Observe.



Écris le nombre d'avions sous la forme

– de deux produits :

___ ou ___

– de deux sommes que tu calculeras :

a) ___

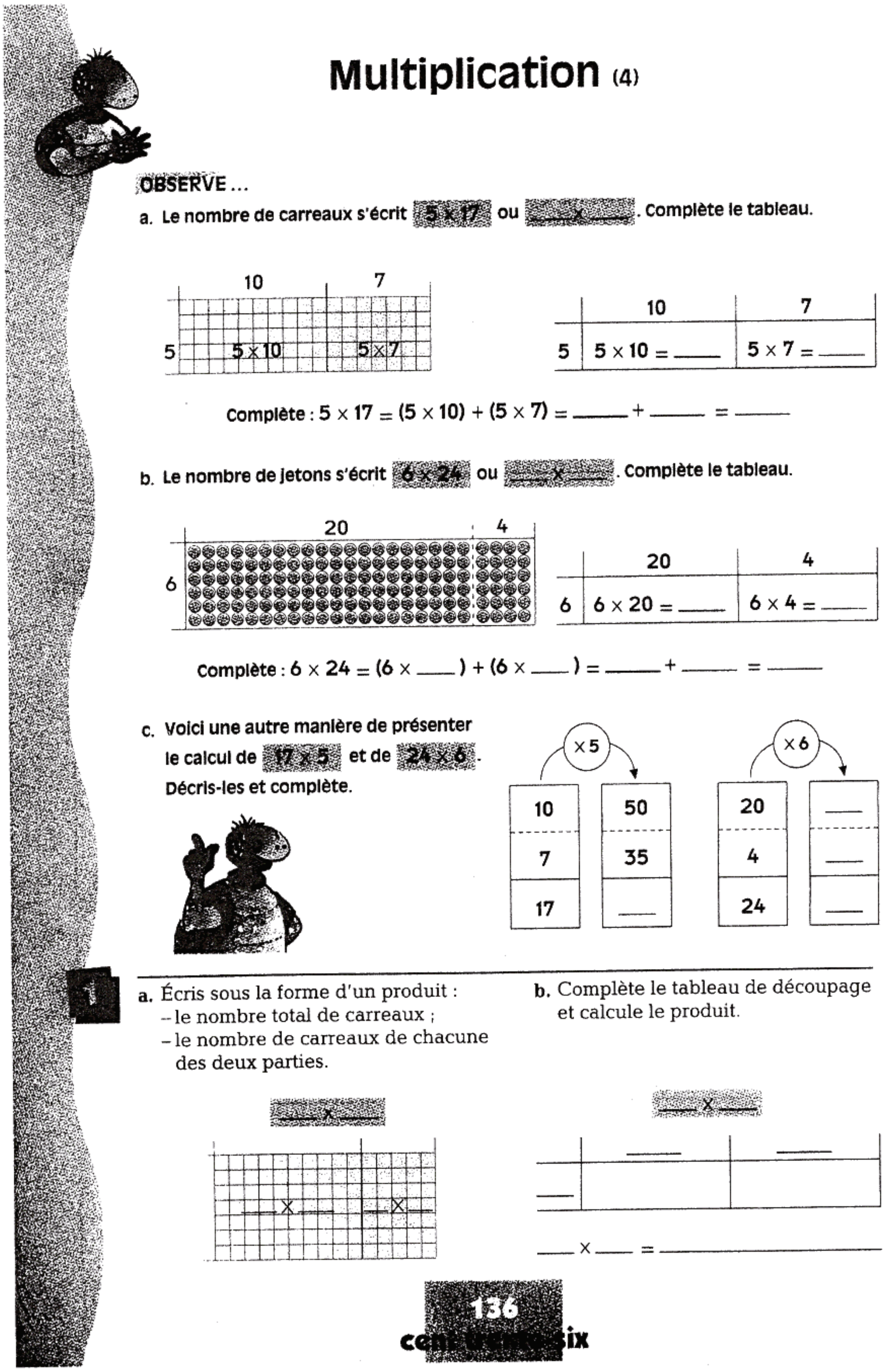
b) ___

Quelle est la somme la plus facile à calculer ? ___

75

# Annexe D3

Extrait du manuel ***« Optimath - Cycle 2 - CE1 - Nouvelle édition »,*** - R. EILER et A. DESCAVES - éditeur HACHETTE Éducation - 1999 – page136.



## Multiplication (4)

**OBSERVE ...**

a. Le nombre de carreaux s'écrit 5 x 17 ou ___ x ___. Complète le tableau.

| | 10 | 7 |
|---|---|---|
| 5 | 5 × 10 = ___ | 5 × 7 = ___ |

Complète : 5 × 17 = (5 × 10) + (5 × 7) = ___ + ___ = ___

b. Le nombre de jetons s'écrit 6 × 24 ou ___ x ___. Complète le tableau.

| | 20 | 4 |
|---|---|---|
| 6 | 6 × 20 = ___ | 6 × 4 = ___ |

Complète : 6 × 24 = (6 × ___ ) + (6 × ___ ) = ___ + ___ = ___

c. Voici une autre manière de présenter le calcul de 17 x 5 et de 24 x 6. Décris-les et complète.

| | ×5 |
|---|---|
| 10 | 50 |
| 7 | 35 |
| 17 | ___ |

| | ×6 |
|---|---|
| 20 | ___ |
| 4 | ___ |
| 24 | ___ |

**1**

a. Écris sous la forme d'un produit :
- le nombre total de carreaux ;
- le nombre de carreaux de chacune des deux parties.

___ x ___

___ x ___ ___ x ___

b. Complète le tableau de découpage et calcule le produit.

___ x ___

| | ___ | ___ |
|---|---|---|
| ___ | | |

___ × ___ = ___

136
cent trente-six

# GUYANE

***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.***

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Deux gares A et B sont reliées par une ligne de chemin de fer qui fonctionne 24 heures sur 24.
A chaque heure entière un train part de la gare A vers B.
A chaque heure entière plus dix minutes, un train part de la gare B vers A.
Pour simplifier le raisonnement, on supposera que les trains roulent à la même vitesse et que cette vitesse est constante.
Paul part de la gare A à 9 heures.

1) a) Si le trajet pour aller de A à B (ou de B vers A) dure 6 heures, combien Paul va-t-il croiser de trains venant de B ?
b) Durant ces 6 heures, combien de croisements de trains se seront produits ?

2) a) Même question que 1) a), mais le trajet dure n heures (n étant un entier naturel non nul).
b) Même question que 1) b), mais le trajet dure n heures (n étant un entier naturel non nul).

**EXERCICE 2**

**Dans cet exercice, les instruments de construction autorisés sont le compas et la règle. Les graduations de celle-ci ne pourront être utilisées pour reporter des longueurs.**
**Les tracés de construction devront apparaître sur la figure.**
**Document à utiliser : annexe 1. Un exemplaire « anonymable » sera rendu avec la copie.**

1. Une construction (à faire en figure 1 sur la feuille annexe 1) :
a) On notera OA = a.
- Construire le point B de [Oy) tel que AB = a et B non confondu avec O.
- Construire le point C de [Ox) tel que BC = a et C non confondu avec A.
- Construire le point D de [Oy) tel que CD = a et D non confondu avec B.

b) On note $\alpha$ la mesure en degrés de l'angle $\widehat{xoy}$. Dans toute la suite de l'exercice, on prendra $0° < \alpha < 45°$.

Exprimer les mesures des angles $\widehat{ABO}$, $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$, $\widehat{CBD}$ et $\widehat{ODC}$ en fonction de $\alpha$. Justifier chaque réponse.

2. <u>Une conjecture et une construction :</u>

A la fin du programme de construction, un élève affirme: « l'angle $\widehat{OCD}$ est droit ».

a) Prouver que cette conjecture est fausse en général.
b) Quelle valeur de l'angle $\alpha$ faut-il choisir pour que la conjecture soit exacte ?
c) Sur la figure 2 de l'annexe 1, effectuer le programme de construction en se plaçant dans ce cas particulier.

3. <u>Triangles remarquables de la figure 2.</u>

On juxtapose les triangles OAB et BCD par la rotation de centre B qui transforme C en A.

Démontrer qu'on obtient un triangle rectangle que l'on appellera T.

4. <u>Calcul d'aires de triangles de la figure 2.</u>

On considère la figure 2 ; les résultats sont à exprimer en fonction de a = OA.

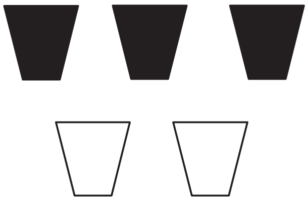
a) Quelle est l'aire du triangle ABC ?
b) Calculer OC.
c) Calculer l'aire du triangle T et trouver une relation simple entre cette aire et celle du triangle ABC.
d) Démontrer que les triangles OAB et BCD ont la même aire. Quelle est cette aire ?

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

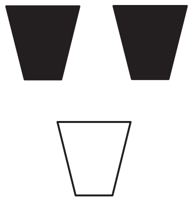
Document concerné : annexe 2.

Le problème suivant a été proposé à des élèves de fin de cycle 3 :

On prépare une boisson chocolatée en mélangeant du chocolat et du lait.
La recette A mélange 3 parts de chocolat à 2 parts de lait.
La recette B mélange 2 parts de chocolat à 1 part de lait.



Mélange A



Mélange B

Complète par A ou B la phrase suivante :

**Le mélange qui a le plus le goût du chocolat est le mélange : .....……………….**

Explique brièvement.

Les productions de cinq élèves ont été transcrites en annexe 2.

1) A quelle notion mathématique cette situation fait elle référence ?

2) Préciser les étapes principales d'un raisonnement permettant de résoudre ce problème.

3) Analyser les procédures de chaque élève.

4) Proposer une rédaction plus achevée de la réponse d'Antoine.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Documents concernés par cette partie : annexes 3 et 4 d'après la revue "Grand N", CRDP Grenoble, et annexe 5.

Documents concernés par les questions 1, 2, 3, 4 et 5 : annexes 3 et 5.

1) Quels sont les objectifs généraux de l'activité ?

2) Citez une compétence mathématique essentielle pour que les élèves puissent s'engager dans l'activité.

3) Cette activité relève de la grande section d'école maternelle (qui appartient simultanément aux cycles 1 et 2). En vous aidant de l'annexe 5, justifiez-le en citant, pour chaque cycle, une compétence autre que celle citée à la question 2.

4) Quel est le rôle du maître dans la phase 2 ?

5) Phase 3.

a) Quel nouvel obstacle apporte le maître ? Dans quel but ?

b) Détaillez une procédure que peut utiliser un élève sans avoir recours à un matériel pour accomplir la tâche demandée.

c) Détaillez deux procédures que peut utiliser un élève en recourant à du matériel pour accomplir la tâche demandée.
Matériel suggéré : crayon, cubes, ardoise, papier, bande numérique, ...

6) Pour cette question, le document concerné est l'annexe 4. Citez trois variables didactiques sur lesquelles le maître peut agir.
Vous préciserez les effets attendus.

7) Au cours d'une journée de classe, quelles autres activités peuvent renforcer cet apprentissage ?

# Annexe 1

**Exercice 2**

**Figure 1**

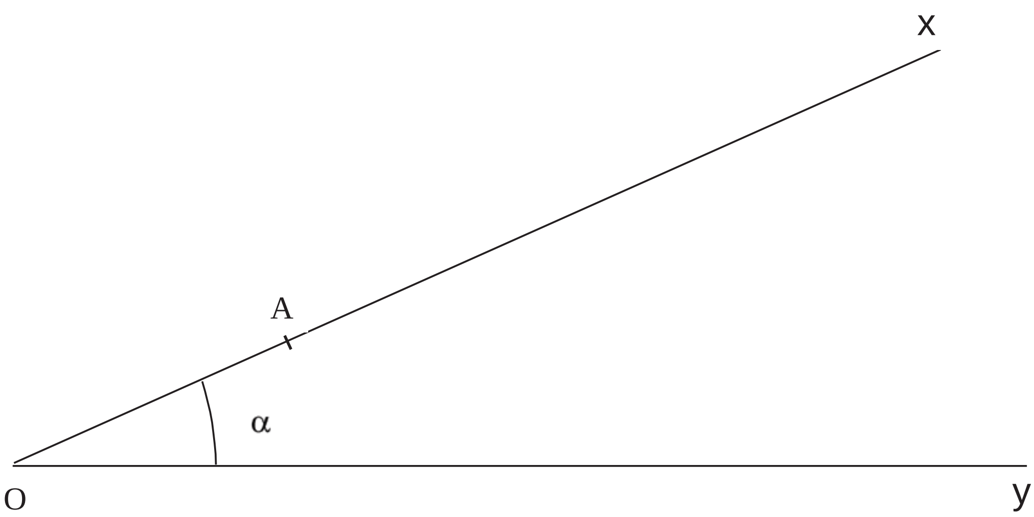
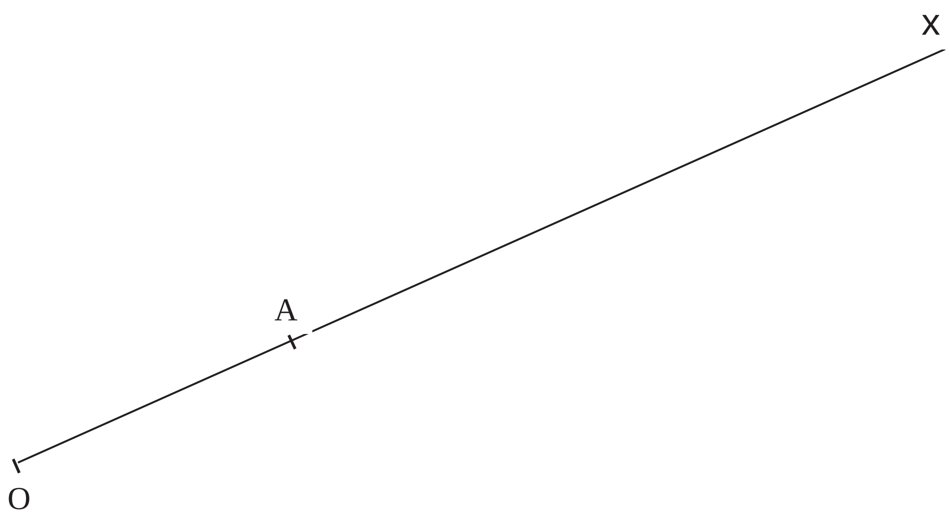



**Figure 2**



# Annexe 2

| **LINDA** |
| --- |
| Réponse : le mélange A.<br><br>Explications : « Parce que dans la recette A, il y a 3 parts de chocolat qu'on mélange et dans la recette B, il y a 2 parts de chocolat, alors dans la recette A il y a plus de goût.. » |

| **NATHALIE** |
| --- |
| Réponse : le mélange B.<br><br>Explications : « Si le A serait égal, il y aurait 4 parts de chocolat. » |

| **CELIA** |
| --- |
| Réponse : A et B ont le même goût.<br><br>Explications : « Si pour 2 parts de chocolat il y a 1 part de lait et que pour la nette A on rajoute 1 part de chaque, les deux auront le même goût. » |

| **LOÏC** |
| --- |
| Réponse : le mélange B.<br><br>Explications : « Parce que dans la recette A, il verse pour deux pots et dans la recette B il verse seulement pour un pot. » |

| **ANTOINE** |
| --- |
| Réponse : le mélange B.<br><br>Explications : « Parce que dans la recette A, il y a que 1 + 1/2 de chocolat, et dans la recette B il y a 2 parts de chocolat. » |

# Annexe 3

**DIX DANS UN DORTOIR**

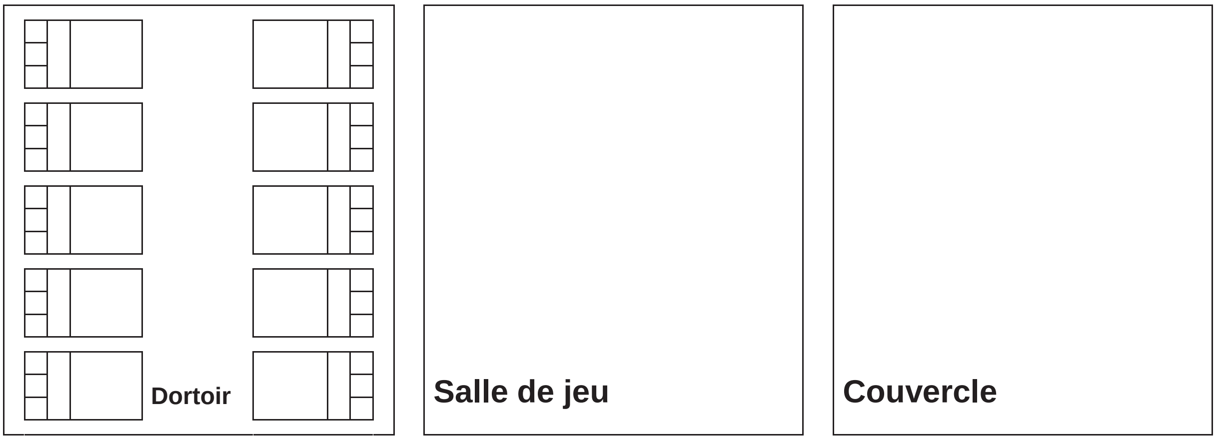
[…]

Mise en situation initiale : Jeu des bébés à la crèche

**1. Description du jeu**

Matériel :

Le jeu se compose d'une boîte, carrée de préférence, avec un couvercle et d'un carton fort, un peu plus petit, qu'on pourra ranger à l'intérieur de la boîte.
Dans le fond de la boîte. 10 lits (rectangles de mousse) accueillent 10 bébés (petites poupées en plastique) quand ils dorment; c'est ***« le dortoir ».***
Sur le carton fort, on installe un tapis et quelques jouets ; c'est ***« la salle de jeux ».***




But du jeu :
Trouver le nombre de bébés qui se trouvent dans la salle cachée.

Nombre de joueurs :
4 à 6 et un meneur de jeu (qui peut être le maître ou un enfant expert).

**2. Mise en œuvre**

Phase 1 : Appropriation de la situation
Le maître enlève le couvercle de la boîte, pose la plaque « salle de jeux » à côté de la boîte « dortoir » et présente les deux lieux et leur fonction. Les bébés sont alors placés chacun dans leur lit.
Le matériel étant très fort sur le plan affectif, il faut prévoir un temps de manipulation permettant aux enfants de verbaliser la situation, de toucher ces fameux bébés, de les coucher et de les lever, bref de prendre du plaisir sans chercher à atteindre un but quelconque.

Phase 2 : le dortoir reste visible

Le maître indique clairement que le jeu va constituer à bien repérer où sont les bébés : dans le dortoir ou dans la salle de jeu ?
***- Regardez, 10 bébés dorment dans le dortoir, mais certains vont se réveiller et iront alors dans la salle de jeu. Nous regarderons ceux qui sont encore dans le dortoir et vous chercherez combien sont déjà dans la salle de jeu. Mais attention, vous ne verrez pas la salle de jeu que je vais cacher.***
Alors que les enfants ont été invités à fermer les yeux, le maître enlève des bébés et les pose, dissimulés sous le couvercle, dans la salle de jeux.

***- Ouvrez vos yeux et regardez le dortoir. Combien de bébés sont déjà dans la salle de jeu ?***
Le nombre total de bébés et de lits n'a pas été compté jusqu'ici (la première fois où l'on joue) et c'est à ce moment que la question va se poser, les enfants proposant parfois des nombres différents montrant une compréhension encore limitée de la situation : 6, 10 ou 4.
Chaque proposition est discutée et les enfants expliquent comment ils ont trouvé ce nombre puis on valide en soulevant le couvercle. Le maître revient alors sur les trois collections en présence : le nombre de lits du dortoir et le fait qu'il y a aussi dix bébés, le nombre de bébés qui dorment encore et le nombre de bébés réveillés qui se trouvent dans la salle de jeu.
L'activité est reprise plusieurs fois en changeant le nombre de bébés enlevé du dortoir par le maître.
Il n'y a pas de systématisation mais le maître met en relation, chaque fois que possible, les trois nombres en jeu, soit en posant des questions, soit en le disant lui-même : dix bébés peuvent dormir dans le dortoir, cette fois-ci, 2 étaient encore dans leur lit et on a trouvé qu'il y en avait déjà 8 dans la salle de jeu, etc.

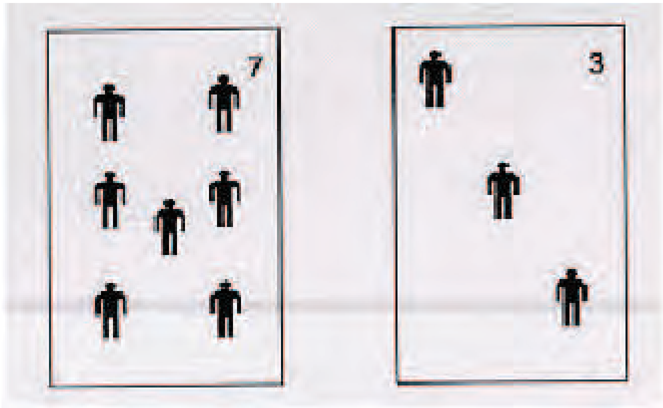
Phase 3 : la salle de jeu est seule visible
Le maître enlève le couvercle de la salle de jeu et le pose sur la boîte-dortoir pour la fermer.
***-Attention maintenant vous allez voir combien sont réveillés mais le dortoir sera caché, il faudra trouver combien dorment encore.***
Les mains sous le couvercle il prend 3 bébés et les pose dans la salle de jeux. Le couvercle est maintenant sur le dortoir.
***- Combien dorment encore ?***

[…]

# Annexe 4

### Premier prolongement possible : Les cartes des bébés

Matériel :
Des cartes plastifiées représentant des bébés et portant l'indication du nombre de ces bébés en écriture chiffrée)




Exemple : deux cartes de 9 bébés, deux de 8, deux de 7, deux de 6, trois de 5, trois de 4, quatre de 2, quatre de 1.

But du jeu :
Faire le maximum de plis totalisant 10 bébés Celui qui gagne est celui qui a le plus grand nombre de cartes (et non de plis).

Nombre de joueurs : 4 à 6.

Règle du jeu :
4 cartes sont posées, face visible sur la table : c'est le « plateau ».
Un sabot est constitué du reste des cartes.
Chaque joueur, à son tour, prend d'abord une carte sur le dessus du sabot et essaie avec les cartes du plateau de constituer un pli de 10 bébés.
Si aucune combinaison n'est possible ou si l'enfant n'a pas trouvé, il pose sa carte avec les autres cartes du plateau.
A la fin du jeu chaque joueur compte le nombre des cartes qu'il a gagnées.

# Annexe 5

## PROGRAMMES D'ENSEIGNEMENT DE L'ÉCOLE PRIMAIRE (EXTRAITS)

**B.O. Hors série n°1 du 14 février 2002**

## II – ÉCOLE MATERNELLE

...

## DÉCOUVRIR LE MONDE

...

### *Compétences devant être acquises en fin d'école maternelle*

1 - COMPÉTENCES DANS LE DOMAINE SENSORIEL

***Être capable de :***

- décrire, comparer et classer des perceptions élémentaires (tactiles, gustatives, olfactives, auditives et visuelles),
- associer à des perceptions déterminées les organes des sens qui correspondent.

2 - COMPÉTENCES DANS LE DOMAINE DE LA MATIÈRE ET DES OBJETS

***Être capable de :***

- reconnaître, classer, sérier, désigner des matières, des objets, leurs qualités et leurs usages ;
- utiliser des appareils alimentés par des piles (lampe de poche, jouets, magnétophone...) ;
- utiliser des objets programmables.

En liaison avec l'éducation artistique, être capable de :

- choisir des outils et des matériaux adaptés à une situation, à des actions techniques spécifiques (plier, couper, coller, assembler, actionner...) ;
- réaliser des jeux de construction simples, construire des maquettes simples ;
- utiliser des procédés empiriques pour faire fonctionner des mécanismes simples.

3 - COMPÉTENCES DANS LE DOMAINE DU VIVANT, DE L'ENVIRONNEMENT, DE L'HYGIÈNE ET DE LA SANTÉ

***Être capable de :***

- retrouver l'ordre des étapes du développement d'un animal ou d'un végétal ;
- reconstituer l'image du corps humain, d'un animal ou d'un végétal à partir d'éléments séparés ;
- reconnaître des manifestations de la vie animale et végétale, les relier à de grandes fonctions : croissance, nutrition, locomotion, reproduction ;
- repérer quelques caractéristiques des milieux ;
- connaître et appliquer quelques règles d'hygiène du corps (lavage des mains...), des locaux (rangement, propreté), de l'alimentation (régularité des repas, composition des menus) ;
- prendre en compte les risques de la rue (piétons et véhicules) ainsi que ceux de l'environnement familier proche (objets et comportements dangereux, produits toxiques) ou plus lointain (risques majeurs) ;
- repérer une situation inhabituelle ou de danger, demander de l'aide, pour être secouru ou porter secours.

4 - COMPÉTENCES DANS LE DOMAINE DE LA STRUCTURATION DE L'ESPACE

***Être capable de***

- repérer des objets ou des déplacements dans l'espace par rapport à soi ;
- décrire des positions relatives ou des déplacements à l'aide d'indicateurs spatiaux et en se référant à des repères stables variés ;
- décrire et représenter simplement l'environnement proche (classe, école, quartier...) ;
- décrire des espaces moins familiers (espace vert, terrain vague, forêt, étang, haie, parc animalier) ;
- suivre un parcours décrit oralement (pas à pas), décrire ou représenter un parcours simple ;
- savoir reproduire l'organisation dans l'espace d'un ensemble limité d'objets (en les manipulant, en les représentant) ;
- s'intéresser à des espaces inconnus découverts par des documentaires.

5 - COMPÉTENCES DANS LE DOMAINE DE LA STRUCTURATION DU TEMPS

***Être capable de :***

- reconnaître le caractère cyclique de certains phénomènes, utiliser des repères relatifs aux rythmes de la journée, de la semaine et de l'année, situer des événements les uns par rapport aux autres (distinguer succession et simultanéité) ;
- pouvoir exprimer et comprendre les oppositions entre présent et passé, présent et futur en utilisant correctement les marques temporelles et chronologiques ;
- comparer des événements en fonction de leur durée ;
- exprimer et comprendre, dans le rappel d'un événement ou dans un récit, la situation temporelle de chaque événement par rapport à l'origine posée, leurs situations relatives (simultanéité, antériorité, postériorité) en utilisant correctement les indicateurs temporels et chronologiques.

6 - COMPÉTENCES RELATIVES AUX FORMES ET AUX GRANDEURS

***Être capable de :***

- différencier et classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme ;
- reconnaître, classer et nommer des formes simples : carré, triangle, rond ;
- reproduire un assemblage d'objets de formes simples à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides) ;
- comparer, classer et ranger des objets selon leur taille, leur masse ou leur contenance.

7 - COMPÉTENCES RELATIVES AUX QUANTITÉS ET AUX NOMBRES

***Être capable de :***

- comparer des quantités en utilisant des procédures non numériques ou numériques ;
- réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection (visible ou non, proche ou éloignée) en utilisant des procédures non numériques ou numériques, oralement ou avec l'aide de l'écrit ;
- résoudre des problèmes portant sur les quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) en utilisant les nombres connus, sans recourir aux opérations usuelles ;

- reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités (de un à trois ou quatre) ;
- reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configurations connues (doigts de la main, constellations du dé) ;
- connaître la comptine numérique orale au moins jusqu'à trente ;
- dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus ;
- associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique.

## III – CYCLE DES APPRENTISSAGES FONDAMENTAUX – CYCLE 2

...

## MATHÉMATIQUES

...

**Compétences devant être acquises en fin de cycle**

On trouvera dans le document d'application une version plus détaillée et commentée des compétences énumérées ici.
Des compétences générales sont à l'œuvre dans l'ensemble des activités mathématiques et doivent être acquises en fin de cycle :
- s'engager dans une procédure personnelle de résolution et la mener à son terme ;
- rendre compte oralement de la démarche utilisée, en s'appuyant éventuellement sur sa "feuille de recherche" ;
- admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soi-même élaborée et essayer de les comprendre ;
- rédiger une réponse à la question posée ;
- identifier des erreurs dans une solution.

**1 - EXPLOITATION DE DONNÉES NUMÉRIQUES**
**1.1 Problèmes résolus en utilisant une procédure experte**
- utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une quantité égale à une quantité donnée ;
- utiliser les nombres pour exprimer la position d'un objet dans une liste ou pour comparer des positions ;
- déterminer, par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités ;
- déterminer, par addition ou soustraction, la position atteinte sur une ligne graduée à la suite d'un déplacement en avant ou en arrière ;
- déterminer, par multiplication, le résultat de la réunion de plusieurs quantités ou valeurs identiques.

**1.2 Problèmes résolus en utilisant une procédure personnelle**
- dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une augmentation ou une diminution, déterminer la quantité (ou la valeur) initiale, ou trouver la valeur de l'augmentation ou de la diminution ;
- déterminer une position initiale sur une ligne graduée, avant la réalisation d'un déplacement (en avant ou en arrière) pour atteindre une position donnée ou déterminer la valeur du déplacement ;
- dans des situations où deux quantités (ou valeurs) sont réunies, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs) ;
- dans des situations où deux quantités (ou deux valeurs) sont comparées, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs) ou le résultat de la comparaison ;
- dans des situations de partage ou de distribution équitables, déterminer le nombre total d'objets, le montant de chaque part ou le nombre de parts ;
- dans des situations où des objets sont organisés en rangées régulières, déterminer le nombre total d'objets, le nombre d'objets par rangées ou le nombre de rangées ;
- dans des situations où plusieurs quantités (ou valeurs) identiques sont réunies, déterminer la quantité (ou la valeur) totale, l'une des quantités (ou des valeurs) ou le nombre de quantités (ou de valeurs).

**2 - CONNAISSANCE DES NOMBRES ENTIERS NATURELS**
**2.1 Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels (inférieurs à 1000)**
- dénombrer et réaliser des quantités en utilisant le comptage un à un ou des groupements et des échanges par dizaines et centaines ;
- comprendre et déterminer la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale d'un nombre ;
- produire des suites orales et écrites de nombres de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100 (en avant et en arrière, à partir de n'importe quel nombre), en particulier citer le nombre qui suit ou qui précède un nombre donné ;
- associer les désignations chiffrées et orales des nombres.

**2.2 Ordre sur les nombres entiers naturels**
- comparer, ranger, encadrer des nombres (en particulier entre deux dizaines consécutives ou entre deux centaines consécutives),
- situer des nombres (ou repérer une position par un nombre) sur une ligne graduée de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100.

**2.3 Relations arithmétiques entre les nombres entiers naturels**
- connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant : doubles des nombres inférieurs à 10, des dizaines entières inférieures à 100, moitié de 2, 4, 6, 8, 10, 20, 40, 60, 80 ;
- connaître et utiliser les relations entre nombres d'usage courant : entre 5 et 10 ; entre 25 et 50 ; entre 50 et 100 ; entre 15 et 30, entre 30 et 60 ; entre 12 et 24.

**3 – CALCUL**
**3.1 Calcul automatisé**
- connaître ou reconstruire très rapidement les résultats des tables d'addition (de 1 à 9) et les utiliser pour calculer une somme, une différence, un complément, ou décomposer un nombre sous forme de somme ;
- trouver rapidement le complément d'un nombre à la dizaine immédiatement supérieure ;
- connaître et utiliser les tables de multiplication par deux et cinq, savoir multiplier par dix ;
- calculer des sommes en ligne ou par addition posée en colonne.

**3.2 Calcul réfléchi**
- organiser et traiter des calculs additifs, soustractifs et multiplicatifs sur les nombres entiers,

- résoudre mentalement des problèmes à données numériques simples.

**3.3 Calcul instrumenté**

- utiliser à bon escient une calculatrice (en particulier pour obtenir un résultat lorsqu'on ne dispose pas d'une méthode de calcul efficace).

**4 - ESPACE ET GÉOMÉTRIE**

**4.1 Repérage, orientation**

- connaître et utiliser le vocabulaire lié aux positions relatives d'objets ou à la description de déplacements (devant, derrière, entre, à gauche de, à droite de, sur, sous, dessus, dessous, au-dessus de, en dessous de) ;
- situer un objet, une personne par rapport à soi ou par rapport à une autre personne ou à un autre objet ;
- situer des objets d'un espace réel sur une maquette ou un plan, et inversement situer dans l'espace réel des objets placés sur une maquette ou un plan ;
- repérer et coder des cases et des nœuds sur un quadrillage.

**4.2 Relations et propriétés : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs**

- percevoir ces relations sur un objet, un ensemble d'objets, ou sur un dessin pour le reproduire ou le décrire ;
- vérifier ces relations ou réaliser des tracés en utilisant des instruments (gabarits de longueurs ou d'angle droit, règle) et des techniques (pliage, calque, papier quadrillé) ;
- utiliser le vocabulaire : aligné, angle droit.

**4.3 Solides : cube, pavé droit**

- distinguer ces solides, de manière perceptive, parmi d'autres solides ;
- utiliser le vocabulaire approprié : cube, pavé droit, face, arête, sommet.

**4.4 Figures planes : triangle, carré, rectangle, cercle**

- distinguer ces figures, de manière perceptive, parmi d'autres figures planes ;
- vérifier si une figure est un carré ou un rectangle en ayant recours aux propriétés (longueurs des côtés et angles droits) et en utilisant les instruments ;
- utiliser le vocabulaire approprié : carré, rectangle, triangle, cercle, côté, sommet, angle droit ;
- reproduire ou compléter une figure sur papier quadrillé ;
- vérifier si deux figures sont superposables à l'aide de techniques simples (superposition effective, calque).

**5. GRANDEURS ET MESURE**

**5.1 Longueurs et masses**

- comparer des objets selon leur longueur ou leur masse par un procédé direct ou indirect ;
- utiliser une règle graduée en cm pour mesurer ou pour construire un segment ou une ligne brisée ;
- utiliser le mètre ruban ou le mètre de couturière dans une activité de mesurage ;
- utiliser une balance Roberval ou à lecture directe pour comparer des masses, effectuer des pesées simples, ou pour obtenir des objets de masses données ;
- choisir l'unité appropriée pour exprimer le résultat d'un mesurage (cm ou m pour une longueur, kg ou g pour une masse) ;
- connaître les unités usuelles et les relations qui les lient : cm et m, kg et g.

**5.2 Volumes (contenances)**

- comparer la contenance de deux récipients en utilisant un récipient étalon,
- connaître l'unité usuelle : litre (L).

**5.3 Repérage du temps**

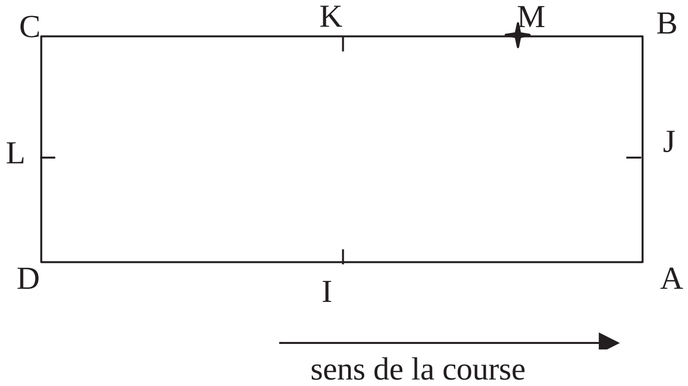
- connaître les jours de la semaine et les mois de l'année et lire l'information apportée par un calendrier ;
- connaître la relation entre heure et minute ;
- utiliser un calendrier, un sablier ou un chronomètre pour comparer ou déterminer des durées ;
- choisir les unités appropriées pour exprimer le résultat d'un mesurage de durée (jour, heure, minute, seconde).

# LILLE

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

Une course pédestre est organisée le long d'un parcours rectangulaire comme indiqué par la ci-dessous :




AB = 3 km
BC = 8 km

Les points I,J,K,L sont les milieux respectifs des côtés [DA], [AB], [BC], [CD].

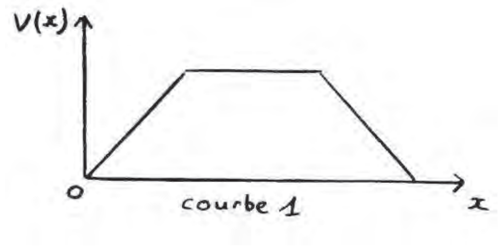
On appelle x la distance parcourue, à partir du départ situé en I, par un coureur représenté par un point noté M. On appelle V(x) la distance à vol d'oiseau du point I au point M.

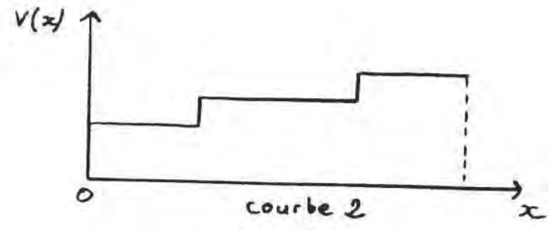
1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.
On Justifiera les résultats lorsqu'ils nécessitent un calcul ou un raisonnement.

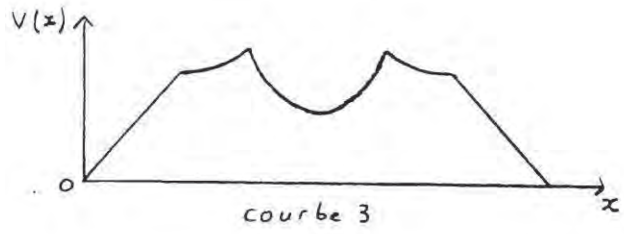
| **Position du point M** | **I (Départ)** | **A** | **B** | **K** | **C** | **D** | **I (Arrivée)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **x** | | | | | | | |
| **V(x)** | | | | | | | |

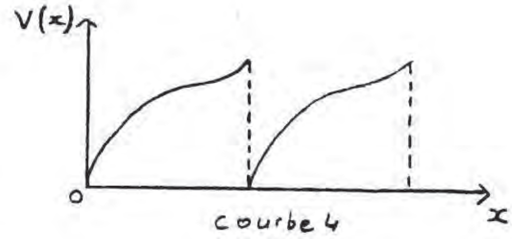
2) Comment varie la distance à vol d'oiseau V(X) lorsque le coureur représenté par le point M effectue un tour du parcours ?
On ne demande pas de justification.

3) Les courbes suivantes pourraient-elles correspondre à une représentation graphique de la fonction V dans un repère d'origine 0 ? Justifier vos réponses.




4) Reproduire et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au dixième de kilomètre et justifiés.

| **x en km** | **5** | **6** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|
| **V(x) en km** | | | | | |

5) A partir des résultats des questions précédentes, tracer la représentation graphique de la fonction V sur du papier millimétré. En abscisse comme en ordonnée, on prendra 1 cm pour 1 km. Expliquer pourquoi deux parties de la courbe sont des segments de droite.

6) On place quatre contrôleurs sur le parcours, à 4 km à vol d'oiseau du point I. Dessiner la figure (1 cm pour 1 km) et indiquer sur celle-ci les places occupées par les contrôleurs. On les notera P, Q, R, S. Justifier la construction.

7) A l'aide de la représentation graphique de la fonction V et en fournissant toutes les explications nécessaires, déterminer les distances parcourues par un coureur lorsqu'il rencontre successivement les quatre contrôleurs.
Pourrait-on placer cinq contrôleurs sur le parcours à égale distance à vol d'oiseau du point I ?

8) On prévoit pour les vétérans le parcours correspondant au quadrilatère IJKL. De quel pourcentage le parcours initial a-t-il été réduit ? On donnera le résultat à l'unité près par défaut.

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

Au mois d'octobre, dans sa classe de seconde année du cycle des approfondissements, un maître propose à ses élèves de répondre aux questions suivantes :

1) Quelle longueur est la plus grande, celle du tableau ou celle d'une petite table ?

2) Quelle est la longueur la plus grande, celle du bureau du maître ou celle de la bibliothèque ?

3) Quelle est la longueur la plus grande, celle d'une petite table ou celle du meuble à papier ?

En même temps qu'il pose ces questions, il montre les longueurs à comparer sur les meubles de la salle de classe. Quatre productions d'élèves sont retranscrites sur l'annexe 1.
Un écrit, extrait du cahier de mathématiques de l'élève, figure sur l'annexe 2. Il a été élaboré avec l'aide du maître, suite à la recherche.
Les dimensions exactes des meubles sont sur les croquis de l'annexe 3.

Le candidat répondra aux questions suivantes :

1) Comment justifier le fait que le maître montre les longueurs à comparer dans la salle de classe ?

2) Pour chacune des productions d'élèves :
- décrire la procédure utilisée ;
- analyser sa pertinence ;
- apprécier la validité du résultat et la qualité de sa formulation.

3) Quelles interprétations peut-on donner pour la réponse 59 cm 11 mm formulée par Anthony et Jonathan ?

(corrigé page 224)

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Cette partie est consacrée à l'étude :

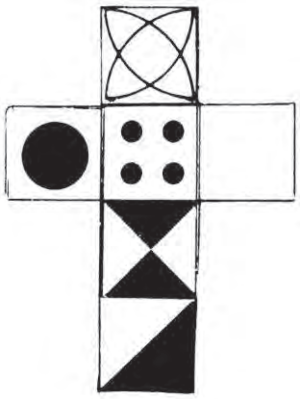
- Tout d'abord, d'une situation de manipulation à l'école maternelle.
- Puis, d'une situation de recherche dirigée, menée par des élèves du cycle 2 « LES POLYMINOS ».
- Enfin, d'un document donné en travail individuel à des élèves de cycle 3. Il a pour titre « LES POLYGONES ».

### Situation de manipulation à l'école maternelle

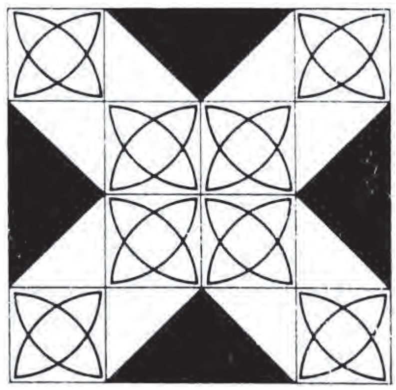
Voici un jeu présenté en section de moyens.

Matériel :
Le jeu est composé de 16 cubes identiques, placés dans une boîte de taille adaptée. Chacune des 6 faces d'un cube présente un motif différent (cf. ci-dessous : développement d'un cube).
Des fiches accompagnent la boîte proposant des modèles de figures géométriques à réaliser par l'assemblage des 16 cubes de la boîte disposés à plat en 4 rangées de 4 (cf. ci-dessous : exemple de figure à réaliser).

Développement d'un cube



Exemple de figure à réaliser



Déroulement de la séance
Activité individuelle proposée à un petit groupe d'élèves.
Ceux-ci ont, chacun, à leur disposition une fiche différente et une boîte de cubes.
La consigne est de réaliser la figure géométrique dessinée sur la fiche modèle. L'enseignant aide individuellement et à tour de rôle chaque enfant.

1) Analyser la tâche dévolue à l'élève.

2) Identifier trois compétences que doivent mobiliser les élèves pour réaliser cette tâche et pour chacune d'elles une aide que peut prévoir l'enseignant.

3) Les compétences mobilisées dans le domaine DECOUVRIR LE MONDE des programmes officiels seraient-elles différentes si les élèves avaient chacun la même fiche ? Justifier.

**Situation de recherche dirigée au cycle 2 : LES POLYMINOS**

Les élèves travaillent en groupe restreint (6 à 8 élèves). Le maître dirige l'atelier, les autres élèves de la classe sont en travail individuel.

Matériel :
Pour chaque élève, des triangles équilatéraux isométriques, en nombre suffisant, découpés dans du carton.

Consignes données par le maître :
« Recherchez des figures géométriques différentes en assemblant exactement par un côté les triangles mis à votre disposition.
Effectuez la recherche avec :

- 3 triangles
- 4 triangles
- 5 triangles ».

1) Quelles sont les solutions possibles avec 3 triangles ? avec 4 triangles ?
Indiquer le nombre de solutions et les dessiner à main levée.

2) Quels sont les éléments importants de la consigne sur lesquels l'enseignant devra insister avant de faire commencer la recherche ?

3) Indiquer une difficulté que peuvent rencontrer les élèves ? Quelle aide pourrait alors apporter l'enseignant ?

4) Pourquoi avoir choisi de mener cette recherche en groupe restreint et non pas en classe entière ? Justifier.

5) Quelle trace élaborer en fin de séance ?

**Travail individuel au cycle 3 « LES POLYGONES »**

<u>Matériel :</u>
Annexe 4 « LES POLYGONES » distribuée à chaque élève par le maître.

<u>Consigne donnée par le maître :</u>
« Répondez aux questions du document que je viens de distribuer. »

<u>Déroulement de la séance :</u>
Travail individuel, à l'issue duquel le maître effectue une correction collective.
Il prolonge l'exercice en demandant :
« Parmi les figures géométriques a, b, c, d, e, f, g, h et i, quelles sont celles que vous pouvez nommer ? »

1) Quelles sont les compétences qui doivent être acquises par les élèves pour pouvoir répondre :

- à la question **I** du document élève ?
- aux questions a), c) et d ) de la question **II** du document élève ?

2) Que cherche à vérifier l'enseignant avec la question b) du **II** du document élève ?

3) A la question d) du **II** du document, un élève a volontairement laissé les 3 propositions, qu'en pensez-vous ?

4. Répondre à la question posée par le maître après la correction collective (cf. encadré ci-dessus). Que permet de mettre en évidence cette question ?

# Annexe 1

**Productions d'élèves**

CAMILLE ET VERONIQUE

Le tableau est le plus grand des deux.
Ça se voit entre le tableau et la table, c'est le tableau qui est le plus grand.
Le bureau est plus grand que la bibliothèque.
On a mesuré le bureau et la bibliothèque, c'est le bureau le plus grand.
On a mesuré la petite table et le meuble à papier. C'est le meuble à papier le plus grand.

ANTHONY ET JONATHAN

1. Quelle est la longueur la plus grande ?
   Le tableau mesure 146 cm 6 mm
   La table mesure 60 cm 6 mm

Bureau du maître 59 cm 11 mm
Longueur de la bibliothèque

AUGUSTIN ET EMILIE

1. La longueur du tableau est plus grande qu'une petite table, ça se voit.
2. La longueur de la bibliothèque est plus grande que le bureau.
   Nous avons compté combien de fois nous avons tourné la règle.
3. Le meuble à papier est plus grand que la petite table.
   Nous avons fait pareil.

MAXIME ET THEO

1. La plus grande est celle du tableau.
   Ça se voit à l'œil nu.
2. 119,3 cm pour la longueur de la bibliothèque
   123 cm pour le bureau ***(souligné par les élèves)***
3. 69,5 cm pour la table
   125,6 cm pour le meuble à papier

# Annexe 2

**Ecrit extrait du cahier de mathématiques de l'élève**

**MESURES**

Pour comparer des longueurs, je peux :

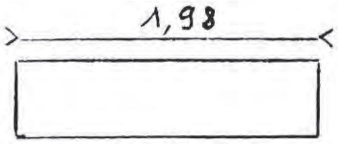
- voir à l'œil nu
- déplacer les objets pour les mettre l'un à côté de l'autre
- utiliser un étalon
- mesurer

*Académie de Lille - mai 2003*
*(corrigé page 224)*

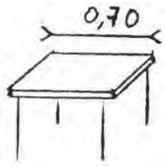
# Annexe 3

**Croquis des meubles avec leurs dimensions utiles et exactes**

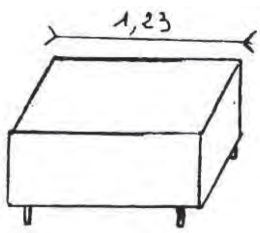
Sur ces dessins sont indiquées les mesures de longueur que le maître a demandées aux élèves de comparer.
Les mesures sont exprimées en mètres.



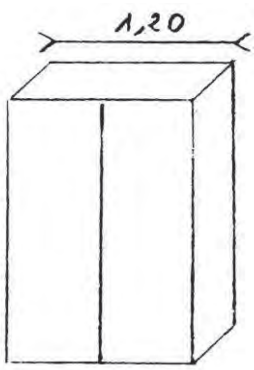

Le tableau



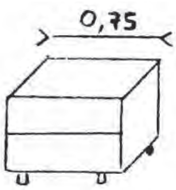

La petite table




Le bureau




La bibliothèque

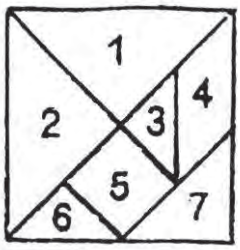



Le meuble à papier

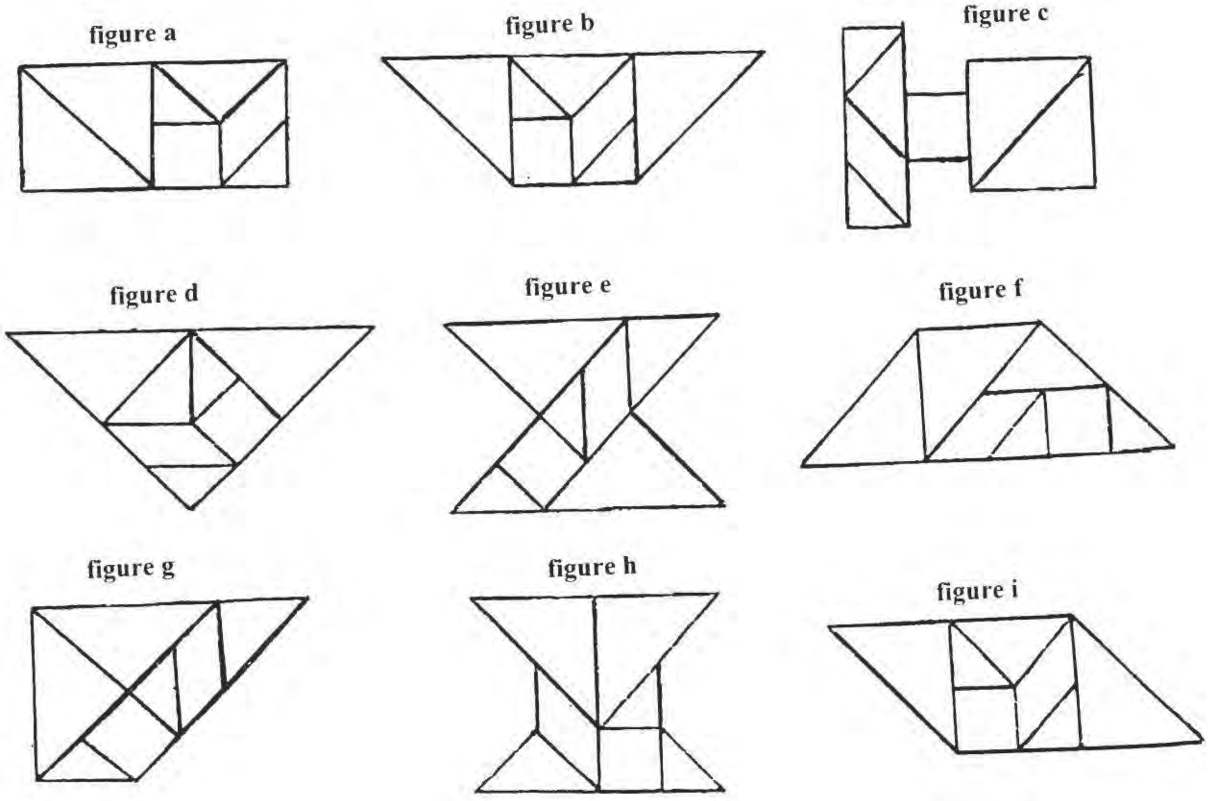
# Annexe 4

**LES POLYGONES**

**I Regarde les 7 pièces numérotées du tangram.**




Retrouve ces 7 pièces dans chaque figure en les numérotant de la même manière que dans le tangram.




**II Réponds aux questions en barrant les réponses fausses.**

a) Que sont les polygones numérotés dans le tangram 1, 2, 3, 6 et 7 ?
Des carrés Des triangles équilatéraux Des triangles rectangles isocèles

b) En quoi sont-ils différents ?
Par leur forme Par leurs dimensions

c) Qu'est-ce que le polygone numéroté 4 dans le tangram ?
Un losange Un carré Un parallélogramme

d) Qu'est-ce que le polygone numéroté 5 dans le tangram ?
Un losange Un carré Un parallélogramme

# LYON

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE**

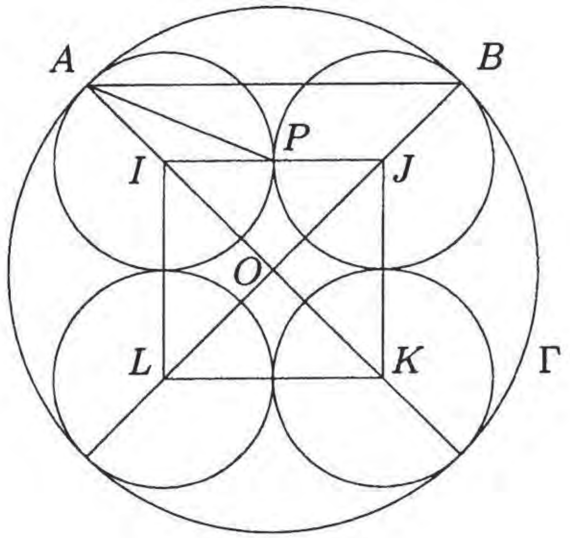
1) Mon oncle, automobiliste prudent, roule 1 h à 60 km/h, puis 1 h à 40 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?

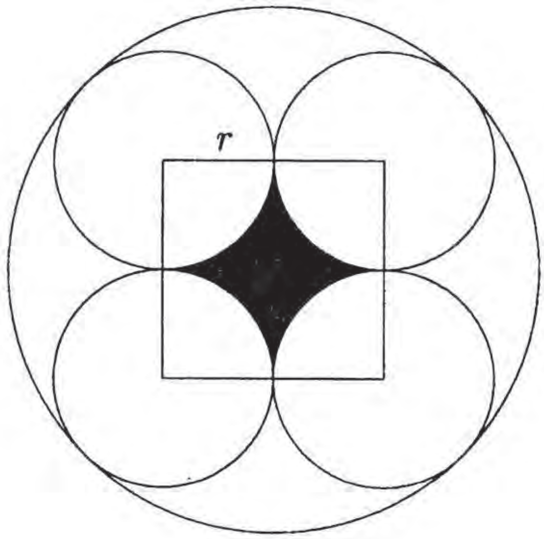
2) Ma mère, randonneuse mesurée, marche 1 km à 6 km/h, puis 1 km à 4 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?

3) Mon beau-cousin, cycliste fatigué, roule 30 km à 18 km/h et trouve sa performance bien médiocre. Il veut accélérer sur les 30 km du retour pour atteindre une vitesse moyenne de 24 km/h sur l'ensemble du parcours. Quelle doit être sa vitesse sur le retour ?

**PROBLÈME**

On s'intéresse à la figure formée par quatre cercles de même rayon tangents entre eux et inscrits dans un cinquième cercle $\Gamma$. Le but principal de l'exercice est de construire cette figure quand on se donne le « grand cercle » $\Gamma$ et un point de tangence A.



**I Analyse de la figure**

Soit IJKL un carré, O le centre du carré, P le milieu de [IJ]. Soit A le point d'intersection de la droite (OI) et du cercle de centre I passant par P, tel que I soit entre O et A. Soit B le point d'intersection de (OJ) et du cercle $\Gamma$ de centre O et de rayon OA, tel que J soit entre O et B.

1) a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$ ?
   b) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OIP}$ ?
   c) Calculer les mesures des angles $\widehat{IAP}$ et $\widehat{IPA}$.
   d) En déduire que (AP) est la bissectrice de $\widehat{OAB}$.

En raisonnant comme ci-dessus, on pourrait montrer, mais on va l'admettre, que (BP) est la bissectrice de $\widehat{OBA}$.

2) a) Calculer OI en fonction de r = IP = $\frac{1}{2}$ IJ, puis R = OA en fonction de r.
   b) Est-ce que I est le milieu de [OA] ?

3) Calculer l'aire de la partie grisée sur la deuxième figure en fonction de r = IP.

**II Construction de la figure**

***Les constructions se feront à la règle, au compas et à l'équerre. L'usage du rapporteur n'est pas autorisé. Dans les programmes, on pourra utiliser des locutions comme « je trace la médiatrice du segment [MN] ».***

On se donne un cercle $\Gamma$ de centre O et de rayon 6,5 cm, et un point A de $\Gamma$.

1) Donner un programme de construction d'un point B, sommet d'un carré ABCD inscrit dans $\Gamma$.

2) Donner un programme de construction du point P satisfaisant les propriétés de la question **I** 1) d).

3) Donner un programme de construction du point I de la droite (OA) satisfaisant les propriétés de la question **I** 1) c).

4) Réaliser la construction de B, P et I en laissant les traits de construction apparents.

***On peut compléter cette construction en la figure complète formée des 5 cercles, mais cela demande des vérifications que l'on ne fera pas.***

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

L'exercice suivant a été proposé à des élèves de cycle 3, sans brouillon :

Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.
Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?
Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).
Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?
Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?

Les productions de six élèves sont données dans les annexes A1, A2, A3, A4, A5 et A6.

1) Pour chacun des élèves, recenser et analyser brièvement les procédures utilisées.

2) Quels élèves changent de procédure ?
Pour chacun d'eux, à quoi attribuer ces changements ? Argumenter.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Les documents fournis sont extraits des manuels :
- Place aux maths CP, Ed. Bordas (annexe B1) ;
- Maths CE1, Nouvelle collection Thévenet, Ed. Bordas (annexes B2, B3, B4) ;
- A nous les maths CE2, Ed. SEDRAP (annexe C).

**I ETUDE DE L'ANNEXE B**

Les quatre exercices des annexes B1 à B4 font référence à la notion de semaine.
1) a) Dans l'annexe B1, à la question
« Combien y a-t-il de semaines complètes au mois de mars ? »,
quelles sont les deux réponses que l'enseignant peut valider ? Quelles conceptions sous-jacentes de la semaine apparaissent ?
b) Comparer les exercices des annexes B1 et B2.

2) Dans le même manuel de CE1, l'exercice 4 (annexe B3) est proposé dans la séquence 17, l'exercice 6 (annexe B4) dans la séquence 61. Comparer ces exercices :

- difficultés ;
- progressivité.

**II ETUDE DE L'ANNEXE C**

Dans une classe de CE2, l'enseignant travaille sur la mesure du temps.

1) Etude des exercices 8 et 9.

a) Quelles sont les connaissances que les élèves doivent maîtriser pour pouvoir effectuer l'exercice 8 ? l'exercice 9 ?

b) A quelles difficultés seront confrontés les élèves pour résoudre l'exercice 9 ? Que pourra-t-on faire pour les aider ?

2) Etude de l'exercice 10.

a) L'aide « Pour réaliser les exercices » est-elle rigoureuse et cohérente ?

b) Quelles sont les réponses possibles à chacune des questions ?

c) Comment faire découvrir aux élèves que la situation est plus complexe qu'il n'y paraît (outils - supports - procédures) ?

d) Jusqu'à quel point exploiter la complexité de cette situation avec des élèves de CE2 ?

3) Quelles précautions essentielles sont à prendre avant de proposer un exercice tiré d'un manuel ?

**III** Dans l'esprit de cet extrait des nouveaux programmes de 2002 :

> « L'éducation scientifique permet d'articuler un enseignement des mathématiques exigeant avec la découverte du champ disciplinaire des sciences expérimentales et de la technologie. L'objectif est d'amener les élèves à comprendre ce qu'est une attitude scientifique et à exercer leur pensée rationnelle... »,

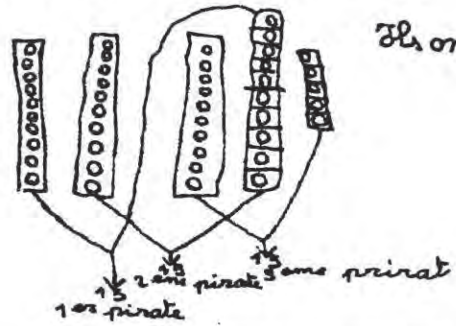
proposer une situation qui permet de mettre en place l'usage du calendrier. Préciser le niveau, les enjeux mathématiques et le déroulement.

# Annexe A1

Antoine

Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.

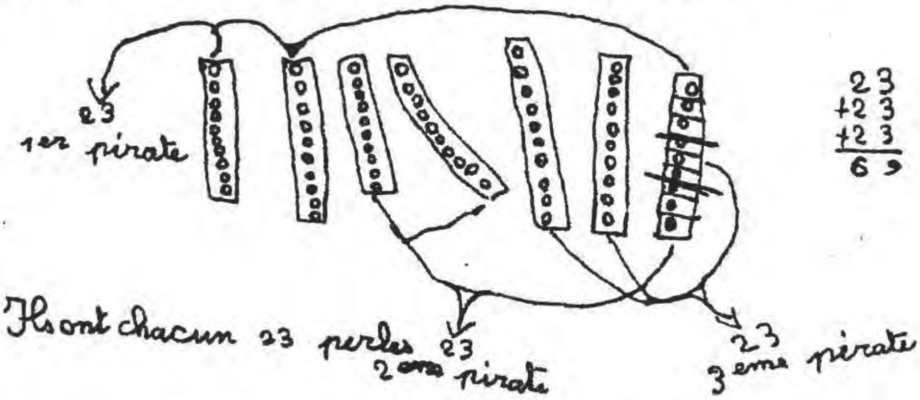
Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?
Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).




Ils ont chacun 15 diamants

$$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ +15 \\ \hline 45 \end{array}$$

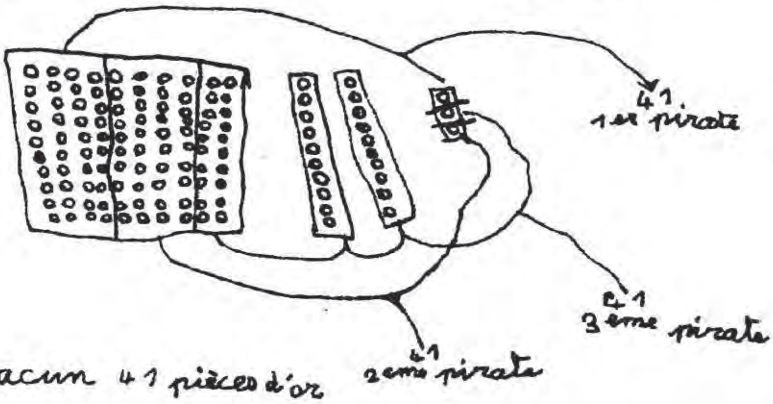
Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?




$$\begin{array}{r} 23 \\ +23 \\ +23 \\ \hline 69 \end{array}$$

Ils ont chacun 23 perles

Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun reçoit-il ?




$$\begin{array}{r} 41 \\ +41 \\ +41 \\ \hline 123 \end{array}$$

Ils ont chacun 41 pièces d'or

# Annexe A2

Lucie

Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.

Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?
Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).

Ils auront 15 diamants chaqun.
Chacun

$10 \times 3 = 30$
$20 \times 3 = 60$
$11 \times 3 = 33$
$12 \times 3 = 36$
$13 \times 3 = 39$
$14 \times 3 = 42$
$15 \times 3 = 45$
$16 \times 3 = 48$

Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?

Il auront 23 perles chacun.

$20 \times 3 = 60$
$30 \times 3 = 90$
$25 \times 3 = \cancel{78}\ 75$
$24 \times 3 = 72$
$23 \times 3 = 69$

Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun reçoit-il ?

Ils auront ~~123~~ 41 pieces d'or chacun.

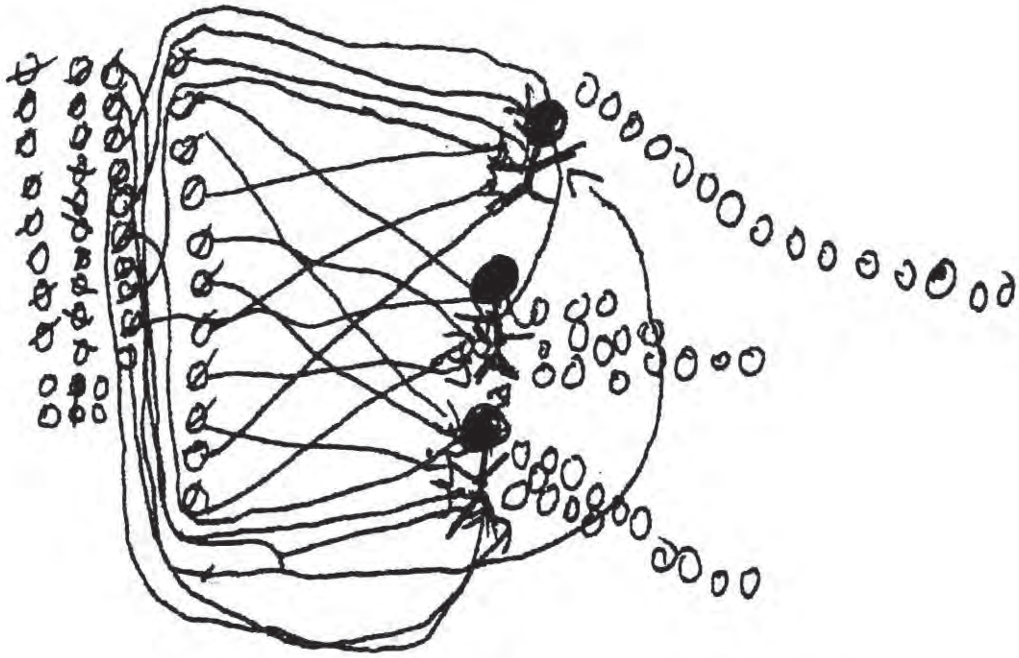
$30 \times 3 = 90$
$40 \times 3 = 120$
$41 \times 3 = 123$

# Annexe A3

Steven

Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.

Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?
Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).



Ils en non chacun 15

Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?

$$\begin{array}{r} 23 \\ +23 \\ +23 \\ \hline 69 \end{array}$$

Ils en non chacun 23

Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 3 \\ \hline 180 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \\ \times\ 3 \\ \hline 90 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 41 \\ \times\ 3 \\ \hline 123 \end{array}$$

Chacun en n'ora 41

# Annexe A4

Bilel

Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.

Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?

$15+15=30 \quad 30+15=45$

Les pirates oront $\boxed{15}$ diamants chaquin

Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).

Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?

$$\begin{array}{r|l} 69 & 3 \\ -6 & 23 \\ \hline 09 & \\ -9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Les pirates vont avoire $\boxed{23}$ perle chaqun

Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?

$$\cancel{38 \times 3 = 114} \qquad \cancel{40 \times 3 = 120} \qquad 41 \times 3 = 123$$

Les pirates oront 41 pièces dor chacun

# Annexe A5

Quentin

**Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.**

**Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?**
**Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).**

15+15+15=45 ~~Ils on~~ Ils ont 15 diamants chacun.

**Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?**

~~22+22+22=66~~

23+23+23=69 ~~Ils on~~ Ils ont 23 perles chacun.

**Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun reçoit-il ?**

40+40+40=120

41+41+41=123 Ils ont 41 pièces chacun.

*Académie de Lyon - mai 2003*
*(corrigé page 237)*

# Annexe A6

Jordan

Trois pirates se partagent un trésor composé de 45 diamants, 69 perles et 123 pièces d'or.

**Partage les 45 diamants en 3 parts égales : combien chaque pirate en reçoit-il ?**
**Montre comment tu as fait (calcul, dessin, phrase,...).**

~~45 x 3 = 45~~

5 x 3 = 15

1 x 3 = 3

15 x 3 = 45 Ils ont chacun 15 diamants.

**Partage les 69 perles en 3 parts égales : combien chacun en reçoit-il ?**

~~23 x 3 = 69~~

3 x 3 = 9

2 x 3 = 6

23 x 3 = 69 Ils ont 23 perles chacun.

**Partage les 123 pièces d'or en 3 parts égales : combien chacun reçoit-il ?**

4 x 3 = 12

1 x 3 = 3

41 ~~42~~ x 3 = 123 Ils ont 41 pièces d'or chacun.

# Annexe B

*CP*

**B1**

**Je m'exerce**

| Mars | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| L | M | M | J | V | S | D |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | | |

- En mars, combien y a-t-il :

de lundis ? ..........

de jeudis ? ..........

de dimanches ? ..........

- Combien y a-t-il de semaines complètes au mois de mars ? ..........

*CE1 – séquence 61*

**B2**

Observe le calendrier.

| mars | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| L | M | M | J | V | S | D |
| | | | | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

- Combien ce mois possède-t-il
de vendredis ? ...... de dimanches ? ......

- Écris les dates de tous les samedis :
..........................................................................
..........................................................................
..........................................................................

*CE1 – séquence 17*

**B3**

**4.** Écris les dates d'anniversaire des quatre enfants.


- Dans 2 jours, ce sera l'anniversaire de Lucien :
..........................................................................
- Dans 10 jours, ce sera l'anniversaire de Pierre :
..........................................................................
- Dans 2 semaines, ce sera l'anniversaire de Marie :
..........................................................................

*CE1 – séquence 61*

**B4**

**6.**


Il y a 5 jours, Sylvain a fêté son anniversaire.
Il y a 1 semaine, c'était l'anniversaire de Barnabé.
Éric fêtera son anniversaire dans 3 semaines.

Écris les dates d'anniversaire des enfants :

Sylvain : ..........................................................

Barnabé : ..........................................................

Éric : ..........................................................

# Annexe C

**8** Aide-toi du mois de février 2002 pour présenter de la même façon les mois de janvier et mars 2002.

| Février | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | V | Ste Ella |
| | 2 | S | Présentation |
| | 3 | D | St Blaise |
| | 4 | L | Ste Véronique |
| | 5 | M | Ste Agathe |
| | 6 | M | St Gaston |
| 06 | 7 | J | Ste Eugénie |
| | 8 | V | Ste Jacqueline |
| | 9 | S | Ste Apolline |
| | 10 | D | St Arnaud |
| | 11 | L | N.D. de Lourdes |
| | 12 | M | St Félix |
| | 13 | M | Ste Béatrice |
| 07 | 14 | J | St Valentin |
| | 15 | V | St Claude |
| | 16 | S | Ste Julienne |
| | 17 | D | St Alexis |
| | 18 | L | Ste Bernadette |
| | 19 | M | St Gabin |
| | 20 | M | Ste Aimée |
| 08 | 21 | J | St P. Damien |
| | 22 | V | Ste Isabelle |
| | 23 | S | St Lazare |
| | 24 | D | St Modeste |
| | 25 | L | St Roméo |
| | 26 | M | St Nestor |
| | 27 | M | Ste Honorine |
| 09 | 28 | J | St Romain |

**POUR RÉALISER LES EXERCICES**

1 semaine = 7 jours

1 an = 4 trimestres
= 12 mois
= 52 semaines
= 365 jours
(366 jours pour une année bissextile)

**9** Combien de semaines et de jours a duré le tour du monde de Phileas Fogg ? S'il est parti le lundi 15 juin, quel jour est-il rentré ?


**10** *« Le Journal du dimanche » est un hebdomadaire.*

Combien de numéros de ce journal paraissent dans une année ?

*Le journal « Sud-Ouest » est un quotidien.*

Si tu l'achètes tous les jours de la semaine, sauf le dimanche, combien recevras-tu de numéros dans l'année ?

# NOUVELLE CALÉDONIE

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

La figure proposée à l'annexe 1 est la représentation plane d'une construction faite par un enfant avec 14 cubes de 20 cm d'arête.

a) Quel est le volume de la construction faite par l'enfant ?

b) A quelle échelle est représentée cette figure ?

c) Sur la feuille quadrillée de l'annexe 1, reproduisez cette figure à l'échelle $1/10^{\text{ème}}$ et construisez son symétrique par rapport au plan A.

d) Combien de cubes faudrait-il pour réaliser ce solide ?

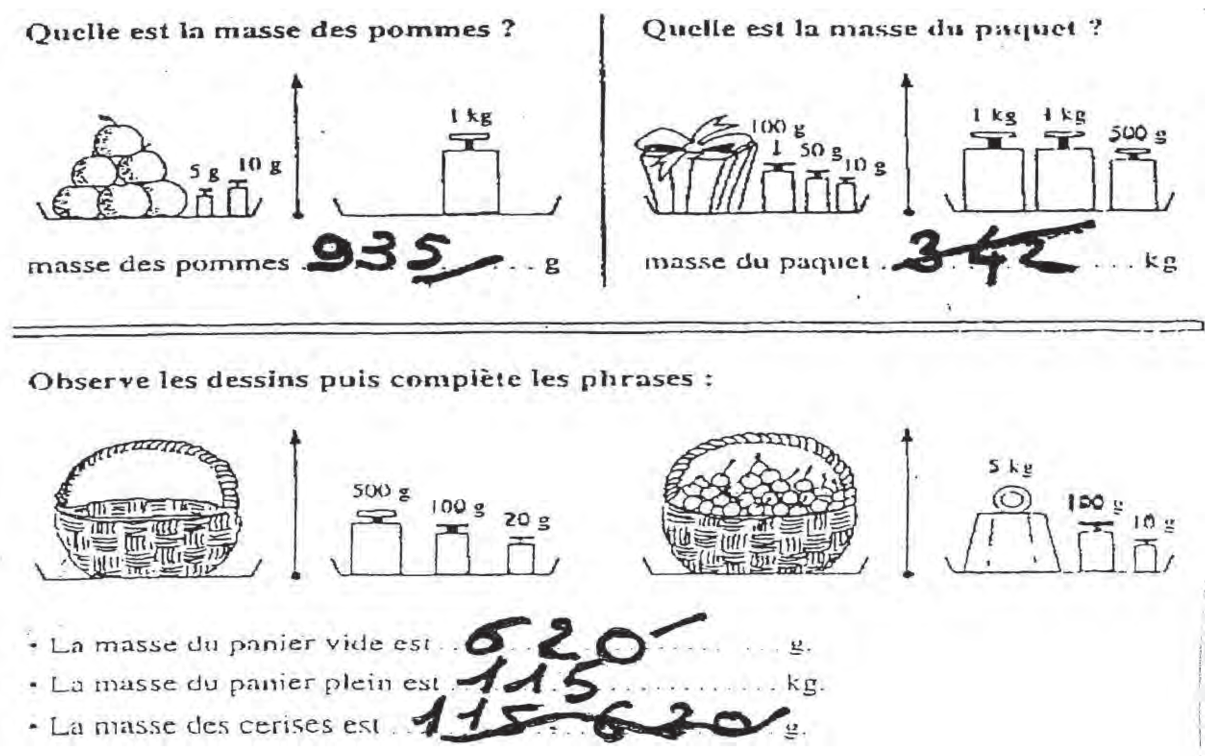
e) Avec le même nombre de cubes, on peut construire d'autres solides.
Quel est celui dont l'aire sera la plus petite et celui dont l'aire sera la plus grande ?
Justifiez vos réponses.
Schématisez ces solides et calculez leurs aires respectives.

**EXERCICE 2**

Complétez le tableau ci-dessous en calculant la valeur des expressions algébriques.

| **x** | **-1** | **0** | **0,001** | **$2 \times 10^{-2}$** | **0,5** | **1,01** | **11 + 0,1** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$x^2$** | | | | | | | |
| **$x^3$** | | | | | | | |
| **2x + 1** | | | | | | | |

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**




A partir des exercices d'élève ci-dessus, vous répondrez aux questions suivantes :

a) Quel est le niveau de classe concerné ?

b) Quelles compétences sont évaluées ?

c) Quelle a été la démarche de l'enfant ?

d) Quels types d'exercices proposeriez-vous pour l'aider ?

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**EXERCICE 1**

a) Le document proposé en annexe 2 (2 pages) est un extrait de l'introduction du livre de Stella Baruk « Comptes pour petits et grands » qui propose aux enseignants du cycle 2 une méthode pour aborder la numération.
Quels sont les points principaux de la méthode ?

b) Les documents des annexes 3 et 4 sont les exercices donnés dans deux classes de CP à l'issue de la première séquence de l'année portant sur la numération.
Quelle est la classe qui fait référence à la méthode de Stella Baruk ? Justifiez votre réponse.

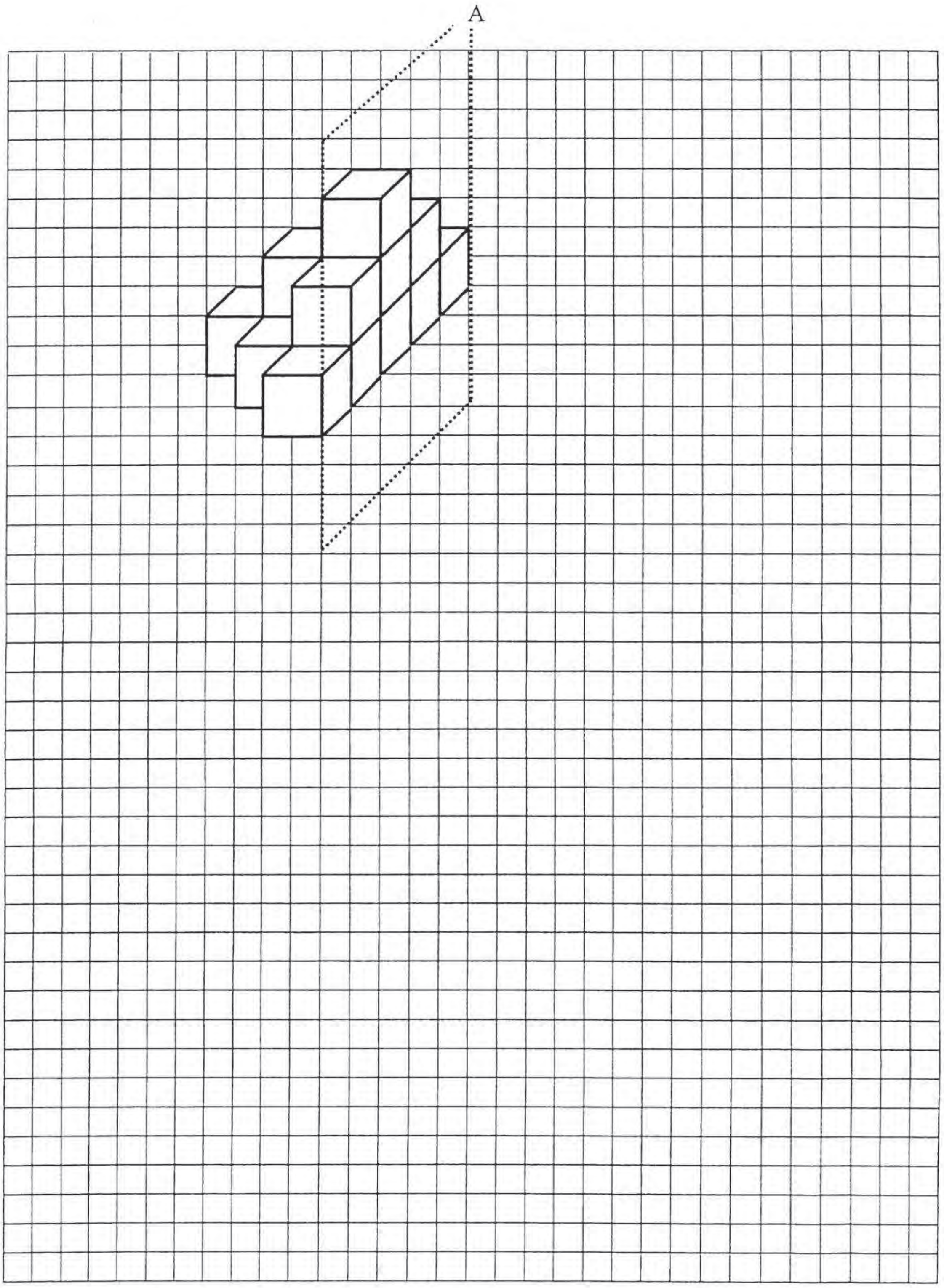
c) Faites une analyse critique du premier exercice de l'annexe 3 :
- Quelle est la compétence attendue ?
- Quelle est la démarche de l'enfant ?
- L'exercice n'a pas été validé par l'enseignant. Que pensez-vous de cette correction ?
- Proposez une autre présentation de l'exercice qui aurait permis d'évaluer plus précisément la compétence visée.

**EXERCICE 2**

a) Vous trouverez à l'annexe 5 un extrait d'un manuel de mathématiques (édition MDI 1996). Quelle analyse faites-vous de cette présentation de la technique opératoire de la division ?

b) A l'aide du matériel décrit dans la deuxième partie de l'annexe 5, proposez un plan de séquence pour aborder la même technique opératoire.
***(Pour information, le matériel multibase propose une représentation***
- ***des unités par des petits cubes***
- ***des dizaines par des barres composées de 10 petits cubes***
- ***des centaines par des plaques composées de 10 barres***
- ***des mille par des gros cubes composés de 10 plaques)***

# Annexe 1



# Annexe 2

(extrait de l'introduction du livre de Stella Baruk « Comptes pour petits et grands »)

(…) Rien n'a changé de l'inventaire des premiers savoirs tels qu'il furent alors assignés aux petits écoliers : aujourd'hui comme hier, en ce lieu multiple et pourtant commun qu'est leur école, ils doivent apprendre à lire, écrire, compter, trilogie qui revient inlassablement dans les prescriptions de ceux qui ont en charge une éducation devenue nationale.

Or s'il n'est plus question dans les livres de lecture de grands-mères qui tricotent auprès de grands-pères qui fument la pipe pendant que le père est aux champs, la mère en train de traire les vaches et la bouilloire en train de chanter sur le poêle, l'enseignement de cette matière dont on ne sait plus très bien comment il faut l'appeler, et que recouvre le mot "compter", est strictement contemporain du tricot de la grand-mère et de la bouilloire qui chante. Ainsi, aujourd'hui, à côté de l'évidente nécessité pour qui veut vivre en société de savoir lire et écrire, est toujours posée celle qui consisterait à savoir compter. Mais, compter, qu'est-ce que ça veut dire ? A quoi cela correspond-il ? "Lire, écrire" présuppose l'existence du sens de ce qu'on lit ou écrit. Mais "compter" ?

Pourquoi cette activité mécanique qu'est le comptage continue-t-elle, au mieux, de faire perdre leur temps aux enfants, au pire, de leur faire perdre la tête ? Pourquoi, alors que sont glorifiées les calculatrices qui sont supposées éviter tant de fastidieuses corvées, conserve-t-on, intactes, celles qui consistent à indéfiniment compter de fausses perles, de fausses billes, de faux jetons, avant d'avoir le "droit" d'écrire "37" ou "56", alors que ce comptage n'a jamais à se faire dans la réalité ?

(…) Pourquoi donc, aujourd'hui, ne comprend-on pas que "lire, écrire" les nombres fait partie de la lecture/écriture tout court ? Pourquoi ne peut-on accepter l'idée que la langue des nombres fait ***d'abord*** partie de la langue tout court, et qu'elle doit avoir du sens ?

(…) Alors, bien sûr, on peut penser que s'ils ***(les enfants)*** ont du mal à comprendre, cela provient de leur histoire, de leur caractère, de leurs aptitudes... Mais il se trouve qu'on a tort de penser, d'emblée, qu'on n'y est pour rien, car cela évite tout simplement de se demander si ***on*** ne s'est pas toujours trompé en ***leur*** apprenant que "cent" ***c'est 100***, que "cinquante" ***c'est 50***. Parce que si " cent" ***c'est 100***, et "cinquante" ***c'est 50***, alors ce sont eux qui ont raison d'écrire : ***"3 100 50 4"*** pour ***"trois, cent, cinquante, quatre".***

Ils ont raison parce qu'ils ne font pas autre chose que de montrer qu'ils cherchent une cohérence entre deux façons d'écrire la ***même façon de dire***. Et que cette cohérence est absente de ce qui leur est proposé.

(…) Il faut enfin accepter aujourd'hui que, dans une discipline qui n'est maîtrisée ni par soi, ni par le "système", on a la chance que les enfants, par leurs réactions, servent de révélateurs à l'étrangeté d'une écriture dont nous avons pu oublier qu'elle ne nous a pas toujours été familière, à l'inadéquation d'une formulation, à l'absurdité d'un exercice, etc.

(…) Mais pour cela, il faut avoir une certitude en béton : si un enfant est capable de distinguer un train d'un autobus, de fermer la porte si on le lui demande, et de raconter ce qu'il a fait à la récréation, il est susceptible de manier de l' ***"abstraction"*** puisqu'il la manie déjà, et donc ***apte*** à faire "des mathématiques". **Il faut donc proscrire tout soupçon d'inaptitude**, soupçon qui équivaut à un poison qu'on inoculerait à un enfant, et qui petit à petit le paralyserait au point de justifier ce qu'on croira alors être un jugement pertinent.

(…) Suspendre tout jugement, ne surtout pas noter un enfant quand il est en cours d'apprentissage, le stimuler et l'encourager de la même façon qu'on l'a fait lorsqu'il était en train d'apprendre à marcher et à parler sont donc les conditions numéro zéro pour pouvoir travailler dans un domaine qui, quoi qu'on fasse, met en jeu l'idée, que l'on se fait de l'intelligence. Et se dire que, dans ce même domaine, tout ce qu'on pourra dire de l'intelligence d'un enfant ne renverra qu'à l'intelligibilité de ce qui lui aura été proposé.

Aussi quand on me donne parfois comme exemple d' "innovation" en matière d'enseignement des "mathématiques" à l'école primaire le fait que, par exemple, sont proposés ici et là des dessins de doigts pour illustrer quelques nombres, je ne peux m'empêcher de trouver qu'on est loin ***de compte ;*** et de répondre que si c'est une innovation, elle a l'âge de l'humanité compteuse, puisque les manières de dire les nombres dans toutes les langues gardent des traces de doigts. De toute façon, elle est appréciable en ce qu'elle déculpabilise les enfants qui pratiquement tous, et toujours en tous cas en période d'apprentissage, utilisent leurs doigts en "calcul", - et il n'est d'ailleurs pas rare de voir des personnes amplement adultes y avoir également recours.

(…) Il n'empêche que nombre de ses archaïsmes ont disparu, sauf pour ce qui est de l'antique "calcul" : c'est à cette conception inadéquate de l'apprentissage que l'échec de l'enseignement de masse devrait servir de révélateur, plutôt que d'être attribué aux "difficultés des enfants".

Echec qui est simplement révélateur d'une évidence. On m'accordera volontiers, j'imagine, qu'un enfant entend et parle ***avant*** d'écrire. Et quand il parle, ce qu'il dit, en tous cas pour lui, a du sens : la progressive maîtrise de la parole consiste à pouvoir, de mieux en mieux et de plus en plus, arriver à se faire comprendre.

(…) Cette parole première de l'enfant, cette écoute qui peu à peu s'affine de la parole des autres, ont l'avantage de véhiculer du sens, et l'inconvénient de ne suivre aucun ordre particulier dans la capitalisation qui s'en fait au fur et à mesure que l'enfant grandit. La langue des nombres subit le même sort, et enseigner les nombres "en ordre" traditionnel, c'est comme si on choisissait d'enseigner à se servir pour ***parler, lire, écrire à l'école*** d'abord des articles, puis des noms, puis des verbes, etc.

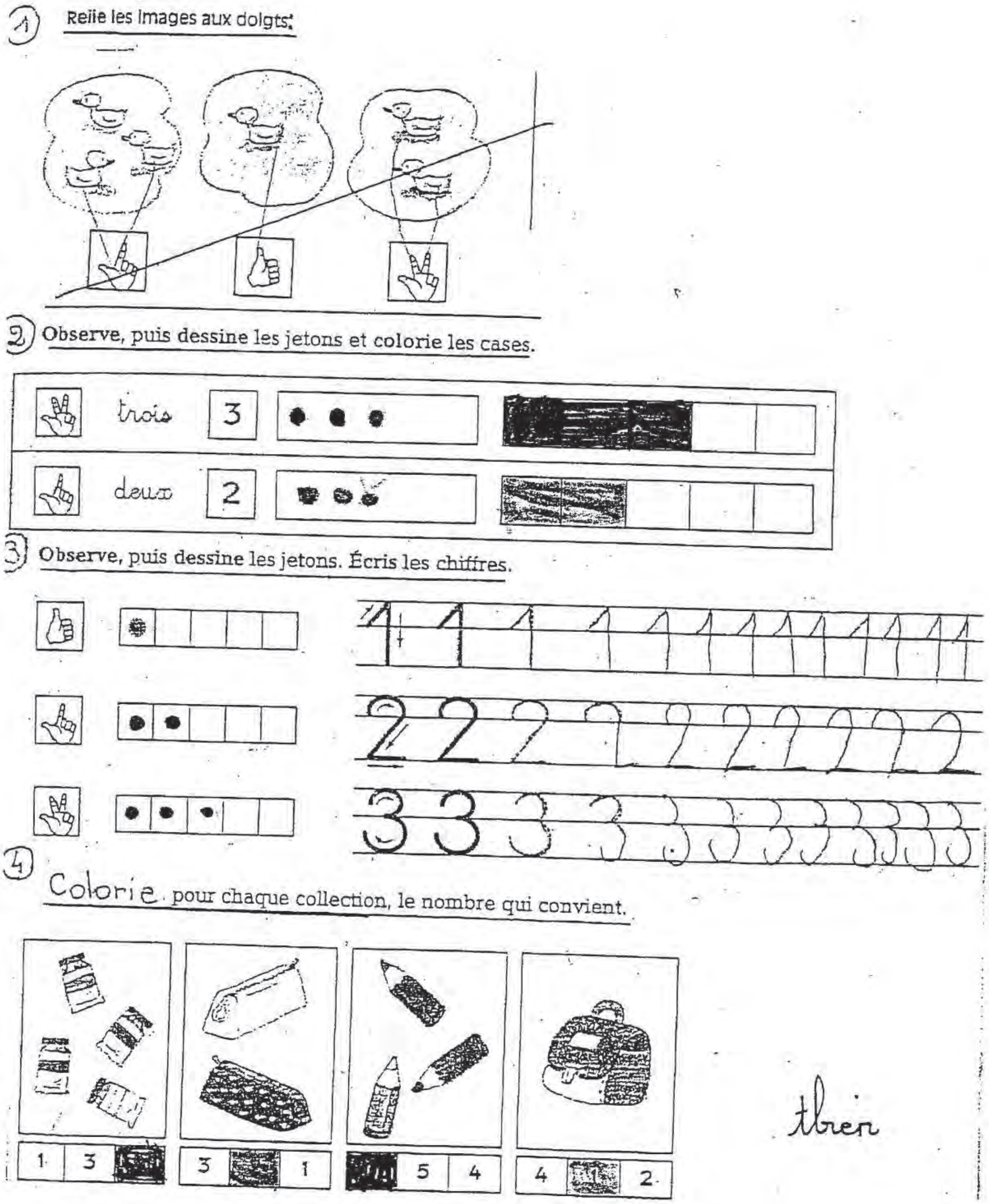
(…) Nous ferons donc en sorte, ici, de rendre ***cohérent***, c'est-à-dire de faire tenir ensemble, le ***su***, le ***vu***, l'***entendu***, le ***lu*** ; de faire tenir un enfant à lui-même, et de lui apporter les garanties de sens qui bien souvent, au-delà du seul savoir "mathématique", lui donnent confiance dans les autres savoirs, et dans ce que peut lui apporter l'école .....

Ce que j'appelle l' "opacité numérique" dans laquelle se débattent tant d'élèves dès le C.P., est donc un lourd handicap, bien plus lourd à porter dans l'accès au savoir, et donc à la socialisation par l'école d'un enfant quelconque, que le poids des "problèmes" psychologiques ou sociologiques dont il est éventuellement victime.

(…) Ce n'est donc pas de l'explicitation d'une évolution qu'il s'agit ici, mais bien d'une ***révolution***, avec un retour aux sources et au sens de la langue, la prise en compte des raisons et des significations qui l'ont ***organisée*** telle qu'elle se parle, puis telle qu'elle s'écrit, organisations toutes deux fondées sur le fait que nous avons dix doigts. Mais malgré la remise en question des habitudes qui sont celles de l'école primaire depuis un siècle et demi, il s'agit d'une ***révolution douce***, qui ne peut se faire que progressivement, et à partir de la conviction partagée par tous qu'il faut enfin repenser sur des bases solides la matière et la manière.

# Annexe 3

## CP A



1) Relie les images aux doigts.

2) Observe, puis dessine les jetons et colorie les cases.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | trois | 3 | | |
| | deux | 2 | | |

3) Observe, puis dessine les jetons. Écris les chiffres.

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

4) Colorie pour chaque collection, le nombre qui convient.

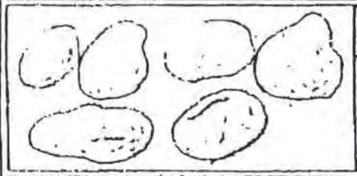
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | [illegible] | 3 | [illegible] | 1 | [illegible] | 5 | 4 | 4 | [illegible] | 2 |

tbien

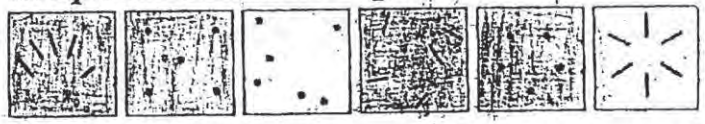
# Annexe 4

## CP B

**Est-ce que tu peux dire cinq ?**

| | Oui | Non | Si oui, |
|---|---|---|---|
|  | X | | Cinq fraises |
|  | | X | Cinq ........ |
|  | | X | Cinq ........ |
|  | | X | Cinq ........ |
|  | X | | Cinq maisons |
|  | X | | Cinq chaises |

**Colorie les carrés en vert lorsque tu rencontres cinq.**



**Dans les carrés que tu as coloriés, il y a des cinq qui se voient sans compter, retrouve-les et redessine-les.**

**Entoure cinq qui ici ,est écrit en mot.**

deux quatre un cinq sept neuf huit

**Entoure cinq qui ici, est écrit en chiffre.**

9 2 3 4 8 7 1 5

**Ecris.**

**en mot :**

cinq cinq cinq cinq cinq cinq cinq cinq b

**en chiffre :**

555 555 555 555 555 555 555 555 555 555 555

# Annexe 5

Extrait du manuel « SESAME CM2 » des éditions MDI 1996

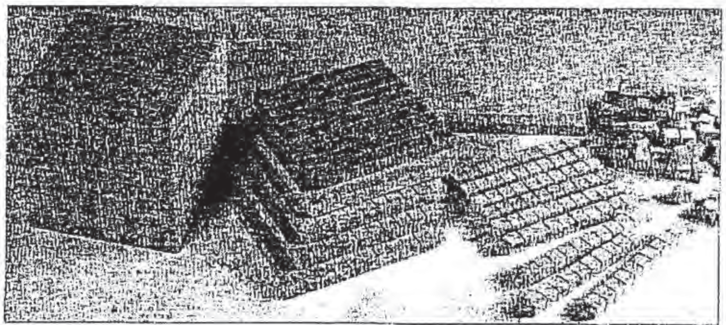
Technique de la division – Le diviseur a deux chiffres.
Tu poses la soustraction.

| | |
|---|---|
| 6 284 | 25 |
| – 5 0 | 251 |
| 1 28 | |
| – 1 25 | |
| 34 | |
| – 25 | |
| 9 | |

Tu as deux chiffres au diviseur, tu prends 62 au dividende.
Dans 62 combien de fois 25 ou dans 6 combien de fois 2 ? → 3 fois.
Mais 3 x 25 = 75 et tu n'as que 62, donc tu vas écrire 2 au quotient.
2 x 25 = 50 que tu écris sous 62 et tu fais 62 – 50 = 12.

Tu abaisses le 8.
Dans 128 combien de fois 25 ou dans 12 combien de fois 2 ? → 5 fois
5 x 25 = 125 que tu écris sous 128.
128 – 125 = 3.
Tu abaisses le 4.
Dans 34 combien de fois 25 ? → 1 fois.
1 x 25 = 25 que tu écris sous 34.
34 – 25 = 9.

Extrait du catalogue CELDA 2002

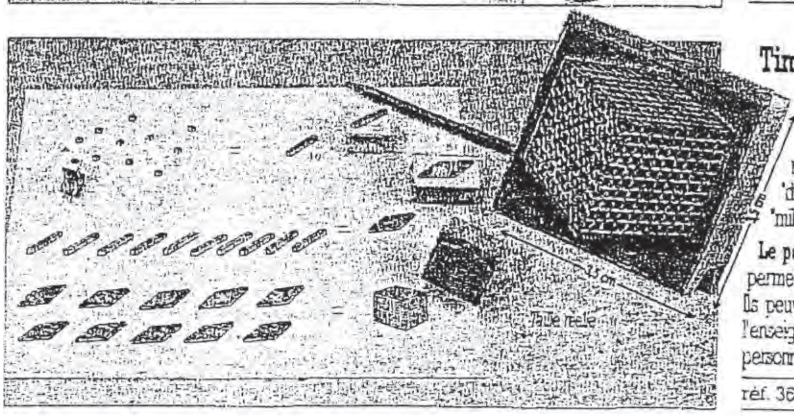


**Multibase bois.** CP à CM2

**Présentation :** 100 unités (cubes de 1 cm³) + 10 dizaines (barres de 10 cm³) + 5 centaines (plaques de 100 cm³) + 1 mille (cube de 1000 cm³).

**Le point de vue pédagogique :** matériel de base 10, pour l'apprentissage du système décimal, pouvant trouver son utilité dans d'autres domaines mathématiques : fractions, pourcentages, nombres décimaux...

réf. 77 310 — **29,55 €**




**Timbres "Base 10".** CP à CM2

**Présentation :** 4 timbres en caoutchouc collé sur un support de bois représentant le cube "unité", la barre "dizaine", la plaque "centaine" et le cube "mille" (3,5 cm x 3,5 cm).

**Le point de vue pédagogique :** ces timbres permettent une impression de grande précision. Ils peuvent être utilisés par les enfants ou par l'enseignant pour la préparation de documents personnalisés.

réf. 36 658 — **12,20 €**

cycles 2 et 3 — 195

# ORLÉANS-TOURS, POITIERS

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

On considère une droite (d), un point B appartenant à la droite (d) et un point A extérieur à la droite (d).

1) a) Construire le point C tel que la droite (d) soit un axe de symétrie du triangle ABC.

b) On peut effectuer cette construction à la règle non graduée et au compas (le candidat peut utiliser le quadrillage de la copie modèle EN).

Décrire et justifier cette construction.

2) Construire le point E, symétrique du point A par rapport au point B.

3) Quelle est la nature du triangle ACE ?

4) Quelle est la nature du triangle BEC ?

**EXERCICE 2**

Les recensements de la population des villes A, B, C, D, en 1990 et en 1999 étaient les suivants :

| | 1990 | 1999 |
|---|---|---|
| VILLE A | 56 800 | |
| VILLE B | | 82 845 |
| VILLE C | 48 200 | 49 650 |
| VILLE D | 71 090 | 73 150 |

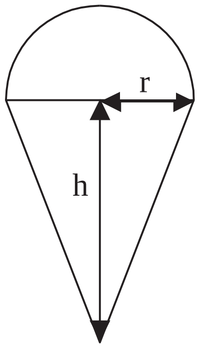
a) De 1990 à 1999, la population de la ville A a diminué de 2 %.
Quel était le nombre d'habitants en 1999 ?

b) De 1990 à 1999, la population de la ville B a augmenté de 5 %.
Combien comptait-elle d'habitants en 1990 ?

c) Le pourcentage d'augmentation entre ces deux années de la population de la ville C est-il supérieur à celui de la ville D ? Pourquoi ?

**EXERCICE 3**

Un bureau d'études a réalisé un prototype de cornet à glace qui a la forme d'un cône de révolution. Ses dimensions répondent à la contrainte suivante : lorsque le cornet est complètement rempli de glace et surmonté d'une demi-boule de diamètre 4 cm, le volume de glace du cône rempli à ras, doit être égal à celui de la demi-boule qui le surmonte.




1) Quelle est, en cm, la hauteur h du cône ?
On rappelle les formules de volume :

Volume du cône : $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ Volume de la boule : $\frac{4}{3}\pi r^3$

2) Lors d'une deuxième étude, en gardant **la même forme du cône** (le même angle du cône) on décide de doubler sa hauteur.

a) Combien ce nouveau cône rempli à ras peut-il contenir d'équivalents de boules de 4 cm de diamètre ?
***(le terme équivalent signifie que tout le volume est occupé par de la glace)***.

b) Le calcul du nombre d'équivalents de boules de 4 cm de diamètre que pourrait contenir un cône en fonction de sa hauteur relève-t-il d'une situation de proportionnalité ?

c) Le nouveau cornet vérifie-t-il la même contrainte que le premier, à savoir : égalité du volume du cône et du volume de la demi-boule qui le surmonte ?

3) On appelle ***"cône idéal"*** tout cône de révolution dont le volume intérieur est égal au volume de la demi-boule qui peut le surmonter comme dans la question 1.
Un cône obtenu par réduction ou agrandissement de la hauteur d'un ***"cône idéal"*** est-il encore un ***"cône idéal "*** ?

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

**Annexes 1, 2, 3 et 4 : productions d'élèves**

<u>LES TRAVAUX INDIVIDUELS</u>

On considère quatre travaux individuels produits par quatre élèves $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$, $\mathscr{D}$ lors de l'évaluation nationale <u>CE2 au début de l'année scolaire</u> 1996-1997. Ces productions figurent en annexes 1, 2, 3 et 4 et permettent de repérer différentes réponses.

Voici les consignes données par le maître :

> ***« Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4 ».***
> ***« Combien y aura-t-il d'équipes ? ».***
> ***« Si vous avez besoin de brouillon, utilisez le cadre ».***

1) Quelle notion mathématique cette activité met-elle enjeu ?

2) Quels sont les objectifs visés ?

3) Pour chaque élève :
   a) décrire la procédure utilisée ;
   b) analyser les éventuelles erreurs.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

Se référer :

- au document A, annexes 5 et 6, extrait du manuel "Le nouvel objectif calcul" CE2 de chez Hatier,
- au document B, annexes 7 et 8, extrait manuel "Collection Diagonale - Math en flèche" CE2 de chez Nathan.

1) On s'intéresse à l'ensemble des deux documents :
   a) Quelle est la notion mathématique étudiée ?
   b) Concernant cette notion, quelles sont les compétences exigées à la fin du cycle des approfondissements ?
   c) Quelles propriétés de la symétrie axiale sont utilisées implicitement dans les documents A et B ?

2) On s'intéresse à la partie "Découverte" du document A et à l'***annexe 7*** du document B :

a) Document A : "Découverte"
Énoncer les différentes étapes de la démarche proposée.
Quelles difficultés peuvent rencontrer les élèves travaillant sur cette activité ?

b) Document B : ***annexe 7***
Énoncer les différentes étapes de la démarche proposée dans l'activité.
Déterminer la cohérence globale de ***l'annexe 7*** (Activité + Exercice 1) eu égard aux propriétés énoncées au 1 c).

c) À partir de ces deux extraits, énoncer les grandes étapes que vous proposeriez aux élèves pour découvrir cette notion.

3) On s'intéresse à la phase "Exercices" de chacun des documents :

a) Citer une difficulté spécifique de l'exercice 4 du document B.
b) Parmi les 4 exercices du document A et les 5 exercices du document B, choisissez-en trois.
Indiquer les raisons de votre choix.

# Annexe 1

Elève A

Ne rien écrire dans cette colonne

Exercice 26

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

**Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?**

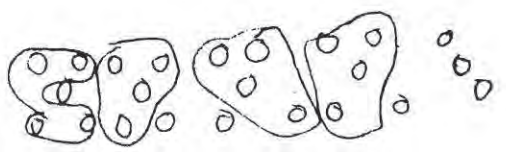
***Réponse*** : Il y aura 4 équipe de 4

**Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?**

***Réponse*** : Il y en a 7.

| 1 9 0 |
66

*Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.*



| 6 7 8 0 |
67

# Annexe 2

Elève B

Exercice 26

Ne rien écrire dans cette colonne

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

**Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?**

*Réponse* : Il aura 5 d'équipes de 4 élèves.

**Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?**

*Réponse* : Il y aura 3 élèves qui ne font pas partie de ces équipes.

1 9 0
66

*Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.*

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 3 =

6 7 8 0
67

# Annexe 3

Ne rien écrire dans cette colonne

Exercice 26 Elève C

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?

*Réponse* : Il y aura ~~8~~ 4 équipes.

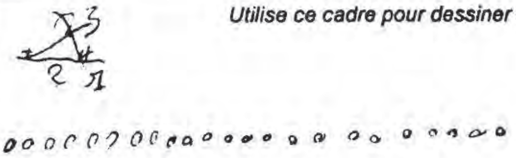
Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?

*Réponse* : ..........

| 1 | 9 | 0 |
|---|---|---|

66

*Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.*



$$\begin{array}{r} 23 \\ +\ 23 \\ \hline 46 \end{array}$$

| 6 | 7 | 8 | 0 |
|---|---|---|---|

67

# Annexe 4

Ne rien écrire dans cette colonne

Exercice 26 Elève D

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?

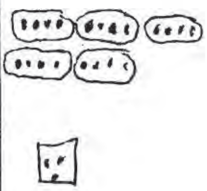
*Réponse* : 5 équipes.

Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?

*Réponse* : 3 élèves ne feront pas partiée de ces équipes.

| 1 9 0 |
66

*Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.*



$4 \times 5 = 20$

| 6 7 8 0 |
67

## Annexe 5 (document A)

# 49 Pliages et symétrie

Construire par pliage des figures ayant un ou plusieurs axes de symétrie.

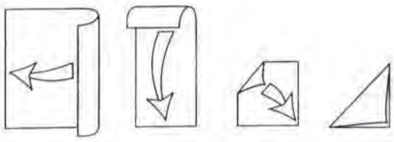
## Découverte

Autrefois, dans l'ancienne Chine, on s'offrait, à l'occasion du Nouvel An chinois, des sortes de « cartes de vœux » découpées dans du papier et on en décorait les murs et les portes des maisons.

Pour réaliser ces cartes, on utilisait souvent le pliage et le découpage.

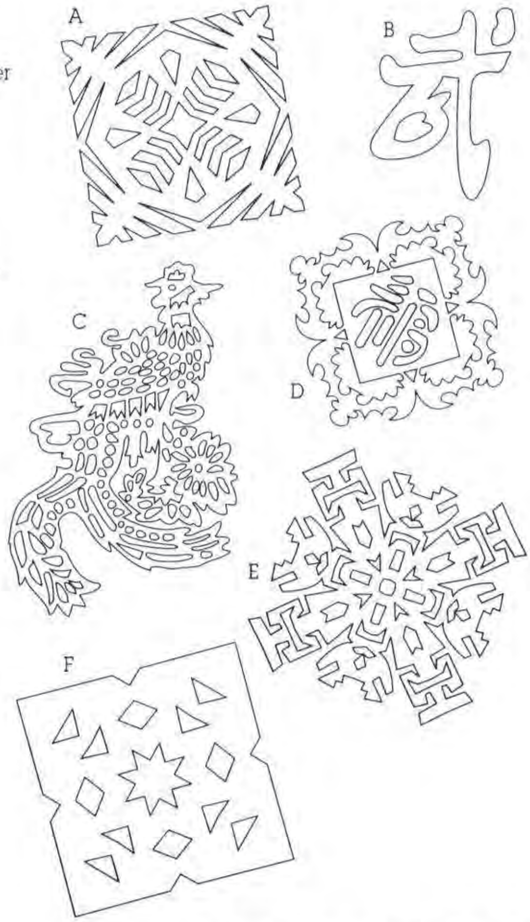
**1.** Parmi les motifs représentés, quels sont ceux qui ont été réalisés par pliage et découpage ?

**2.** Prends un carré de papier de 21 × 21 cm. Plie-le en huit comme ci-dessous ; c'est le pliage « rosace ».



Reporte un motif, découpe et déplie. Les lignes de pliage sont des axes de symétrie. Marque-les.

**3.** Utilise maintenant le pliage rosace pour réaliser la carte F. Découpe, déplie, compare avec le modèle et cherche les découpages oubliés.



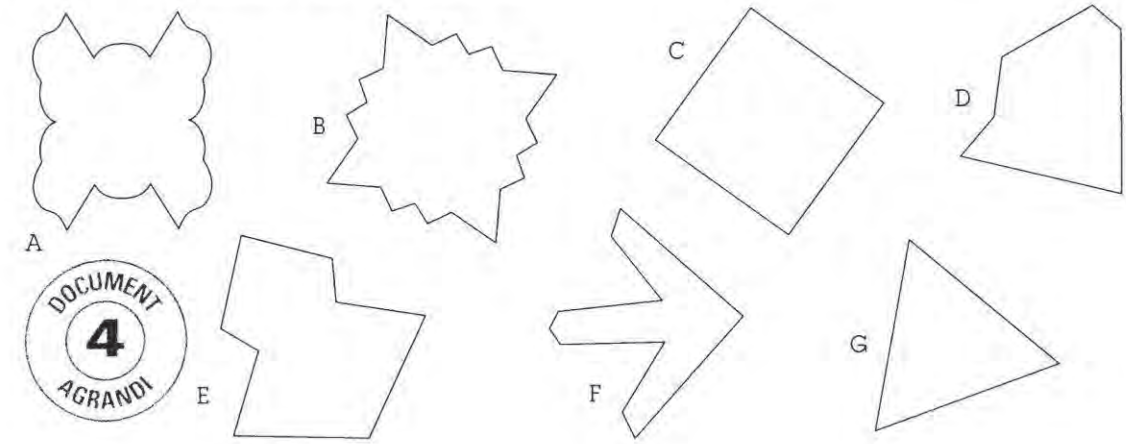

AIDE-MÉMOIRE N° 2 - PAGE 183

## Exercices et problèmes

**1** En pliant une feuille de papier une seule fois, trace puis découpe une forme qui, une fois dépliée, te donnera un carré. Avec une autre feuille, procède de la même manière pour obtenir un triangle. Avec une troisième feuille, fais de même pour obtenir un rectangle.

# Annexe 6 (suite du document A)

**2** Décalque les figures agrandies page 190. Trace sur le calque l'axe ou les axes de symétrie de ces figures, s'ils existent. Puis vérifie par pliage.

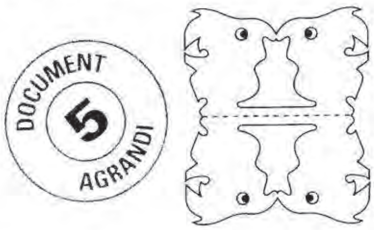



**3** **Le pélican de Jonathan**

« Le pélican de Jonathan,
Au matin, pond un œuf tout blanc.
Et il en sort un pélican
lui ressemblant étonnamment... »

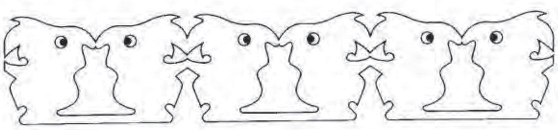
(R. Desnos)

a/ Observe le pliage et le découpage réalisés par Bertrand.

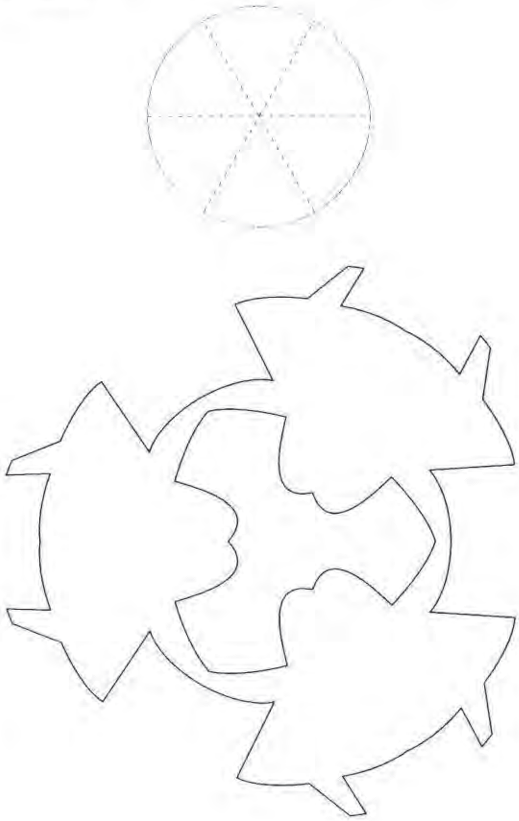



À ton tour, essaie d'obtenir un découpage identique en décalquant le modèle page 191.

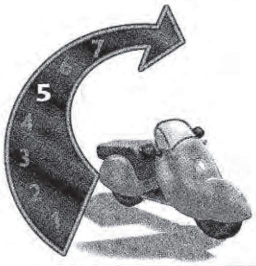
b/ Laurent a fait un pliage en accordéon. Il a obtenu une ribambelle de pélicans. À ton tour, essaie de réaliser une ribambelle de pélicans.



**4** Plie en six un disque de papier. Utilise-le pour obtenir un découpage qui ressemble à celui-ci.



# Annexe 7 (document B)



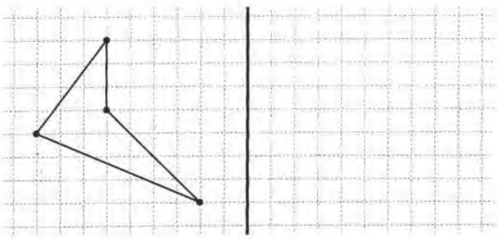
## Utiliser la symétrie

**Avec les nombres...**
**Réciter des produits de la table de multiplication.**

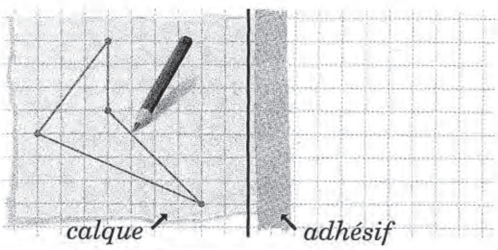
### 1 Activité

*Matériel :* feuille quadrillée, papier-calque, crayon à papier, règle, adhésif.

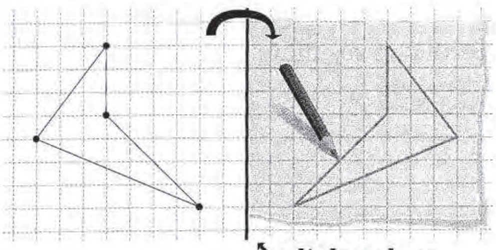
**a** Trace une droite en rouge pour partager en deux parties une feuille quadrillée.
Sur la partie gauche, reproduis ce polygone :



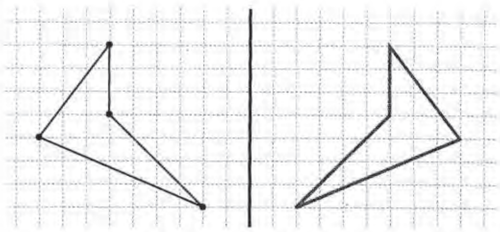
**b** Avec de l'adhésif, fixe un morceau de calque sur la partie gauche de ta feuille.
Calque le polygone.




**c** Retourne le calque en le pliant le long de la droite rouge.
Repasse sur les tracés du polygone.



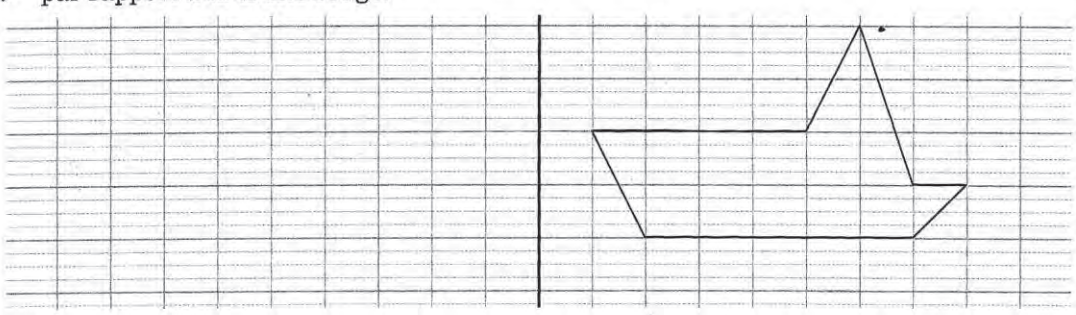

**d** Retire le calque et observe les deux polygones. Ils sont **symétriques** par rapport à la droite rouge.



Tu peux le vérifier en pliant la feuille le long de la droite rouge.

### 1 Exercices

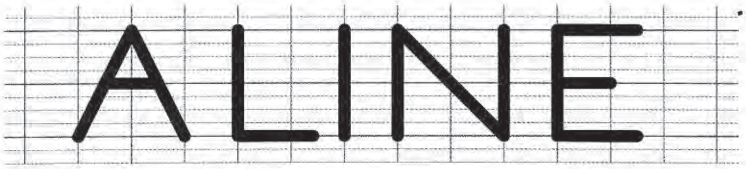
En te servant du quadrillage, trace la figure symétrique par rapport à la droite rouge.



# Annexe 8 (suite du document B)

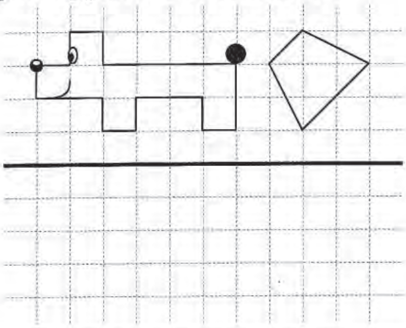
**2**

- Recherche les lettres de ce prénom qui ont un axe de symétrie.
- Reproduis chacune de ces lettres sur un quadrillage.
Trace en rouge les axes de symétrie.



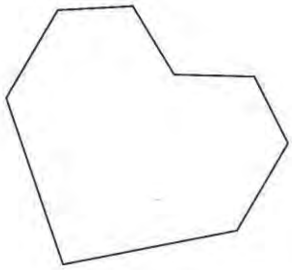

**3**

Trace les deux figures symétriques par rapport à la droite bleue.



**4**

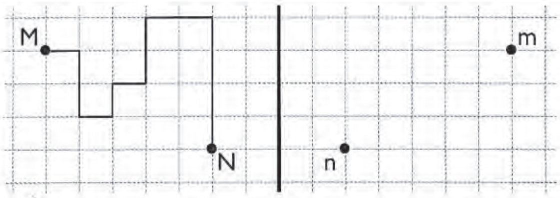
Reproduis cette figure sur un calque.
Cherche l'axe de symétrie
et vérifie en pliant.



**5**

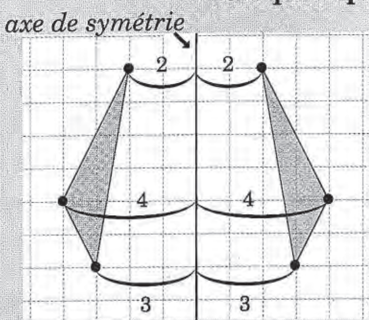
Reproduis le chemin rouge. Trace et code le chemin symétrique qui va de m à n.

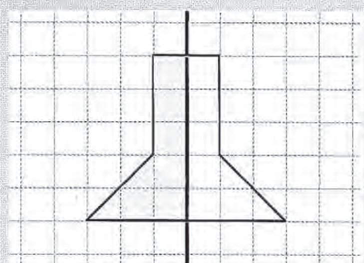
| 1 → • 2 ↓ • 1 → • 1 ↑ • 1 → • 2 ↑ • 2 → • 4 ↓ |
|---|




**Je retiens bien**

**Deux figures sont symétriques**
**lorsqu'on peut les faire coïncider par pliage.**



Cette figure a un axe de symétrie.

***Académie de Rouen - mai 2003***
***(corrigé page 275)***

# ROUEN

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Introduction :**
Le but de cet exercice est de mettre en évidence et d'utiliser un critère de divisibilité par 7.
On rappelle qu'un nombre entier E est divisible par un nombre entier n si et seulement si il existe un nombre entier k tel que : E = n $\times$ k

1) Donner tous les nombres entiers naturels à un et deux chiffres divisibles par 7.
Par convention, ajouter 0 à cette liste.

2) **Description et utilisation de la procédure :**
Voici deux exemples mettant en œuvre une même procédure permettant de déterminer si un nombre entier naturel est divisible par 7 ou non.

574 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{ccc|c} & 5 & 7 & 4 \\ - & & 8 & \\ \hline & 4 & 9 & \end{array} \quad \times 2$$

49 est divisible par 7 donc 574 l'est aussi.

827 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{ccc|c} & 8 & 2 & 7 \\ - & 1 & 4 & \\ \hline & 6 & 8 & \end{array} \quad \times 2$$

68 n'est pas divisible par 7 donc 827 non plus.

a) En appliquant la même procédure dire si les nombres 406, 895 et 3906 sont divisibles par 7.

b) Rédiger un texte décrivant, dans le cas général, la procédure permettant de déterminer si un nombre entier naturel est divisible par 7.

3) **Justification :**

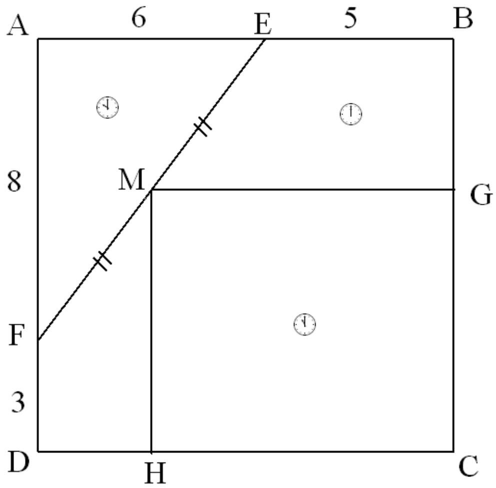
a) On décompose tout nombre entier naturel E sous la forme E = 10v + u où v est un nombre entier naturel et u un nombre entier naturel à un chiffre.
Ecrire cette décomposition pour les nombres 273 et 1856.

b) Exprimer en fonction de v et de u le nombre obtenu en appliquant la procédure précédente à un nombre entier naturel E.

c) Montrer que si ce nombre obtenu après application de la procédure est divisible par 7 alors E sera lui aussi divisible par 7.

**EXERCICE 2**

Le puzzle ci-dessous est construit à partir d'un carré (ABCD), partagé en quatre pièces : un triangle (AEF, pièce ①), un rectangle (MGCH, pièce ②), un trapèze (MEBG, pièce ③) et un trapèze FMHD non numéroté.
Il n'est pas représenté en vraie grandeur.
Dans tout l'exercice, les longueurs seront exprimées en centimètres et les aires en centimètres carrés.




1) **Les pièces du puzzle :**

a) Construire sur une feuille blanche le puzzle en vraie grandeur.

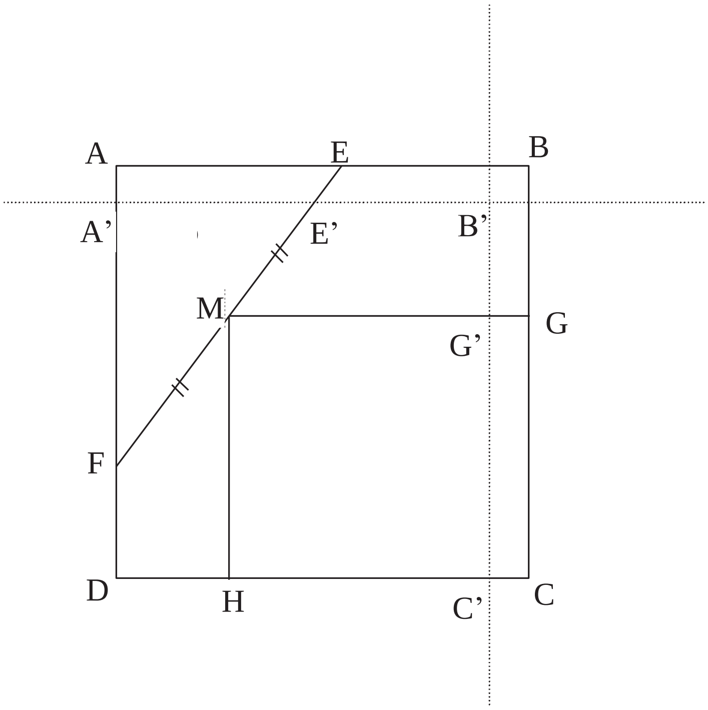
b) Calculer la longueur EF.

c) (MG) coupe [AD] en N. Montrer que MN = 3 cm.

d) Compléter le tableau n°1 de l'annexe 1 en donnant la longueur de chacune des dimensions demandées. Ne pas justifier.

e) Compléter le tableau n°2 de l'annexe 1 en donnant l'aire de chacune des pièces du puzzle. Ne pas justifier.

2) **Section du puzzle :**
Le puzzle est coupé à 1 cm du bord, parallèlement aux côtés [AB] et [BC] comme sur la figure ci-dessous :




AA' = 1 cm et CC' = 1 cm

a) Calculer les longueurs A'E' et FE'.

Pour les questions suivantes, on pourra utiliser les données du tableau n°3.

b) La nouvelle pièce n°1 est-elle une réduction de l'ancienne ? Justifier et si oui donner l'échelle de réduction.

c) La nouvelle pièce n°2 est-elle une réduction de l'ancienne ? Justifier et si oui donner l'échelle de réduction.

d) La nouvelle pièce n°3 est-elle une réduction de l'ancienne ? Justifier et si oui donner l'échelle de réduction.

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

1) Repérez et citez les ressemblances et les différences des trois situations P1, P2 et P3 ci-dessous.

2) a) Précisez les connaissances culturelles nécessaires à la compréhension de ces situations.

b) Précisez les compétences mathématiques mises en œuvre dans ces activités en indiquant le cycle concerné.

3) Analysez les réponses de la situation P3.

**PROBLEMES**

**P1 Un éleveur de volailles reçoit 1512 jeunes poulets et 989 canetons.**

Calcule de tête le nombre approximatif de jeunes volailles reçues.

. . . . . . . . . . jeunes volailles reçues

---

**P2 Le même éleveur livre 1236 œufs. Il en casse 144.**

Calcule de tête le nombre approximatif d'œufs qui restent.

. . . . . . . . . . œufs qui restent

---

**P3 Pour le 25 décembre, notre éleveur livre 108 dindes de Noël emballées dans des cartons de 9.**

Calcule de tête le nombre approximatif de cartons livrés.

. . . . . . . . . . cartons livrés

---

Réponse de l'élève V : 108 x 9 = 972

Réponse de l'élève W : 108 + 9 = 117 Il a 117 cartons à livrer.

Réponse de l'élève X : 108 – 25 = 83 Il a 83 dindes à livrer.

Réponse de l'élève Y : 10 x 10 = 100 ; 100 + 10 = 110 Ça fait 11 cartons livrés.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**CALCUL MENTAL**

CONSIGNE DONNEE AUX ELEVES POUR LES 3 ACTIVITES :

« TU OBSERVES ET TU CONTINUES LES 3 SUITES A, B ET C. »

**A**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **30,15** | +15 | **45,15** | +15 | | +15 | …… |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Réponse de l'élève M : | 30,15 | 45,15 | 50,15 | 65,15 |
| **Réponse de l'élève N :** | **30,15** | **45,15** | **45,30** | **45,15** |
| Réponse de l'élève O : | 30,15 | 45,15 | 45 | 45,15 |

**B**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1020** | -9 | | -9 | | -9 | …… |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Réponse de l'élève P : | 1020 | 1011 | 1002 | 1012 |
| **Réponse de l'élève Q :** | **1020** | **111** | **102** | **92** |
| Réponse de l'élève R : | 1020 | 1011 | 1002 | 997 |

**C**

**100 83 66 …**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Réponse de l'élève S : | 100 | 83 | 66 | 59 | 52 | 45 |
| **Réponse de l'élève T :** | **100** | **83** | **66** | **49** | **26** | **9** |
| Réponse de l'élève U : | 100 | 83 | 66 | 43 | 10 | 03 |

1) Précisez les compétences mises en œuvre dans ces activités.

2) Analysez les réponses des élèves N, Q , T.

3) A partir des erreurs analysées dans la question 2, proposez des pistes de remédiation.

# Annexe 1

**TABLEAU 1 :**

| MG | BG | GC | CH | MH |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**TABLEAU 2 :**

| Pièce | Pièce 🕙 | Pièce 🕚 | Pièce 🕛 |
|---|---|---|---|
| Aire | | | |

**TABLEAU 3 :**

| Nouvelle pièce 🕙 | | | Nouvelle pièce 🕚 | | | | Nouvelle pièce 🕛 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| FA' | FE' | A'E' | MG' | G'C' | HC' | MH | MG' | B'G' | E'B' | ME' |
| 7 | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 3 | 4,75 | 3,75 |

# CORRIGES

# AIX-MARSEILLE, CORSE, MARTINIQUE, MONTPELLIER, NICE, TOULOUSE

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS) MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Méthode 1 :
En prenant 100 comme base avant toute augmentation, on a :

$$100 \xrightarrow{+5\%} 105 \xrightarrow{+6\%} 105+\frac{6}{100}105=111{,}3$$

$$\xrightarrow{\textbf{+11,3\%}}$$

Méthode 2 :
Soit P le prix de l'article avant toute augmentation.

Après la 1$^{\text{ère}}$ augmentation, le prix sera : P + $\frac{5}{100}$ P = 1,05P.

Après la 2$^{\text{ème}}$ augmentation, le prix sera : 1,05P + $\frac{6}{100}$ 1,05P = 1,113P.

D'où le pourcentage d'augmentation sur les deux années : **11,3%.**

Méthode 3 :
Augmenter de 5%, c'est multiplier le prix par 1,05.
Augmenter de 6%, c'est multiplier le prix par 1,06.

$$1{,}05 \times 1{,}06 = 1{,}113$$

Sur les deux années écoulées, **les prix ont donc augmenté de 11,3%**.

*Attention ! Les deux pourcentages ne s'appliquent pas au même prix :*
5% de P et 6% de 1,05P
C'est la raison pour laquelle le pourcentage cumulé n'est pas la somme des deux pourcentages d'augmentation.

**EXERCICE 2**

**Question 1**

Méthode 1 : en utilisant les diviseurs premiers du dénominateur des fractions irréductibles.

Une fraction est l'écriture d'un décimal si (et seulement si) le dénominateur de la fraction irréductible correspondante ne contient pas de facteurs premiers autres que 2 et 5.
Donc :
$\frac{17}{8}$ et $\frac{2794}{55}$ sont des décimaux ( $8 = 2 \times 2 \times 2$ ; $\frac{2794}{55} = \frac{254}{5}$).
$\frac{8}{17}$ et $\frac{1096}{152}$ ne sont pas des décimaux ($\frac{8}{17}$ est irréductible et $\frac{1096}{152} = \frac{137}{19}$ avec 19 premier).

Méthode 2 : en utilisant le développement décimal des quotients.

Une fraction est un décimal si (et seulement si) le quotient correspondant a un développement décimal fini.
Donc :
$\frac{17}{8}$ et $\frac{2794}{55}$ sont des décimaux, car $\frac{17}{8}$ = 2,125 et $\frac{2794}{55}$ = 50,8.
$\frac{8}{17}$ et $\frac{1096}{152}$ ne sont pas des décimaux, car chacune de ses fractions a un développement décimal illimité périodique :

$\frac{8}{17}$ = 0,**4705882352941176**4705882352941176**4705882352941176……**

$\frac{1096}{152}$ = 7,**210526315789473684**210526315789473684**210526315789473684……**

*Attention ! La plupart des calculatrices sont insuffisantes pour affirmer la non-décimalité. Il faut prouver le caractère illimité du développement décimal, par exemple en l'explicitant par une division à la main.*

**Question 2**

Soit N un nombre de trois chiffres qui s'écrit abc, on a :

$$N = 100a + 10b + c$$

Si b = a + c, alors on a :
N = 100a + 10.(a + c) + c = 110a + 11c = 11.(10a + c)
donc N est divisible par 11.

**Olivier a donc raison.**

**EXERCICE 3**

**Question 1a**

L'octogone est régulier, donc les angles de sommet O : $\widehat{HOG}$, $\widehat{GOF}$, $\widehat{FOE}$, $\widehat{EOD}$, $\widehat{DOC}$, $\widehat{COB}$, $\widehat{BOA}$ et $\widehat{AOH}$ ont la même mesure et cette mesure en degré est :

$$\frac{360}{8} = 45$$

Donc : **$\widehat{HOG}$ = 45°.**

*Remarque :*
*On peut aussi dire : ABCDEFGH est un polygone régulier de centre O ; il a 8 sommets ; donc on passe d'un sommet à un sommet consécutif par une rotation de centre O d'un huitième de tour, d'où* ***$\widehat{HOG} = \frac{360°}{8} = 45°$.***

**Question 1b**

<u>Méthode 1 :</u>
Le triangle HOB est isocèle (OH = OB) ; donc $\widehat{HBO} = \widehat{OHB}$.
La somme des mesures en degrés des angles d'un triangle est égale à 180,
d'où $2\widehat{HBO} + \widehat{HOB} = 180°$
Or $\widehat{HOB}$ = 2 x 45° (d'après a)), d'où $\widehat{HBO}$ = 45°.
De la même manière, en utilisant le triangle isocèle BOE, on montre que :

$$\widehat{OBE} = 22{,}5°$$

On a donc : $\widehat{HBE} = \widehat{HBO} + \widehat{OBE}$, soit **$\widehat{HBE}$ = 67,5°.**

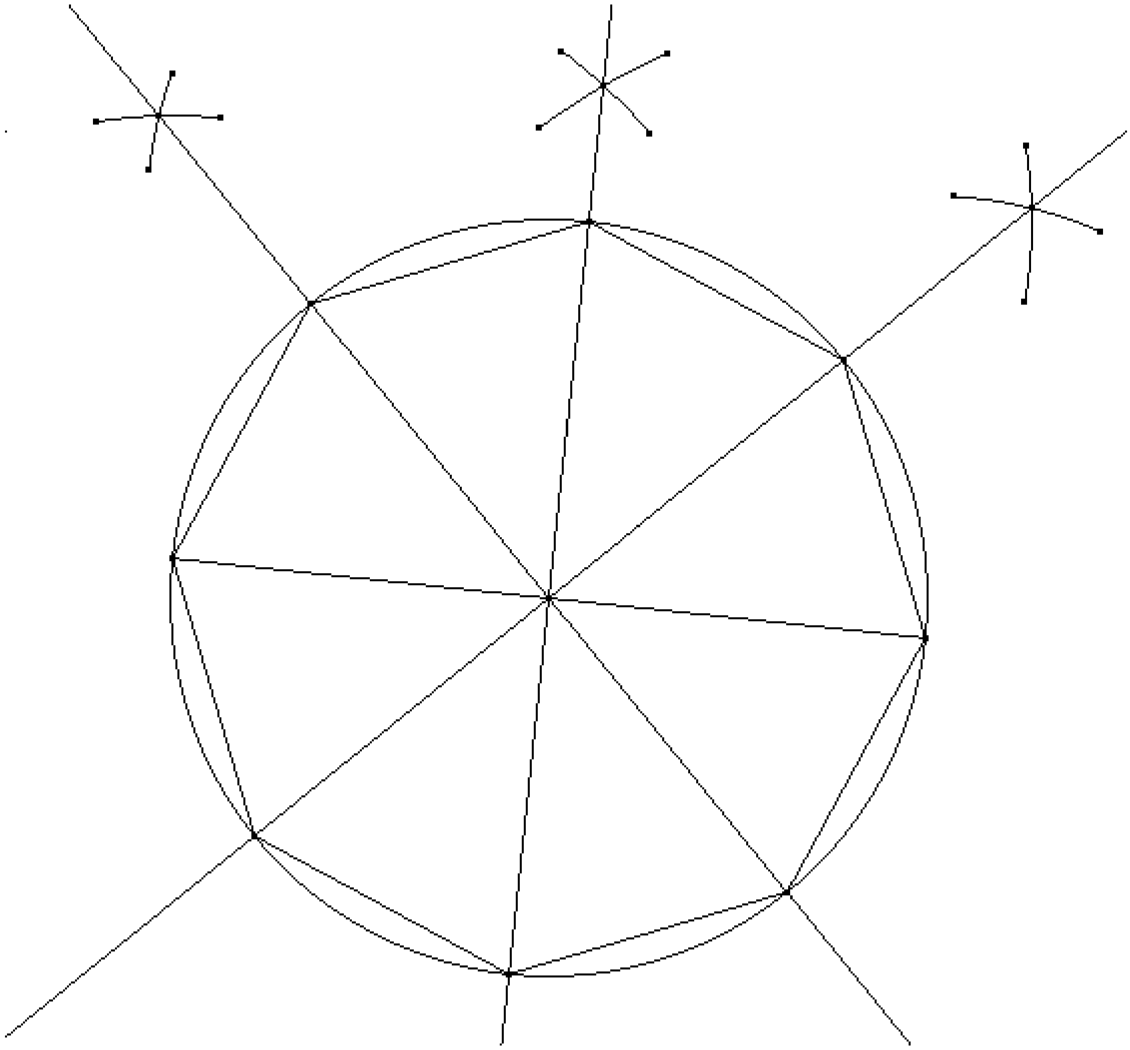
<u>Méthode 2 :</u>
On considère le cercle de centre O dans lequel s'inscrit l'octogone et on applique le théorème de l'angle inscrit :
l'angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre correspondant ; soit ici :

$$\widehat{HBE} = \frac{1}{2}\widehat{HOE}$$

Or $\widehat{HOE}$ = 3 x 45° d'après a), d'où ***$\widehat{HBE}$ = 67,5°.***

**Question 2**

Description de la procédure (non demandée par l'énoncé) :
- Tracé d'un cercle de entre O et de rayon 5cm
- Tracé d'un diamètre ;
- Tracé de la médiatrice de ce diamètre ;
- Tracé des bissectrices des angles formées par le diamètre et sa médiatrice.



•
**Question 3a**

La pyramide est régulière de sommet S (les autres sommets sont A B C D E F G H), donc **:** **SA = SB = SC = SD = SE = SF = SG = SH** **Condition n° 1**

De plus les longueurs des arêtes d'extrémités S doivent être supérieures au rayon du cercle (l'égalité correspond à la pyramide aplatie avec S confondu avec le centre O de l'octogone) , soit :
**SA > OA avec OA = 5cm** **Condition n°2**

**Question 3b**

La pyramide étant régulière de sommet S et de base l'octogone de centre O, la droite (SO) est perpendiculaire au plan de l'octogone et le triangle SOA est rectangle en O.
On peut appliquer le théorème de Pythagore, d'où : $SO^2 + OA^2 = SA^2$
soit $SO^2 = 13^2 - 5^2 = 169 – 25 = 144$,
c'est à dire **SO = 12cm**.

**Question 4**

Méthode 1 :

La petite pyramide est la transformée de la grande par une homothétie de rapport $\frac{1}{2}$ et de centre S (la petite est une réduction de la grande à l'échelle $\frac{1}{2}$).

Or dans une homothétie de rapport k (c'est à dire dans le passage d'une échelle 1 à une échelle k), les longueurs sont multipliées par k, les aires par k² et les volumes par $k^3$ ;

d'où $v = \left(\frac{1}{2}\right)^3 V$, soit $\mathbf{v = \frac{V}{8}}$.

Méthode 2 :

On peut essayer de calculer le volume de chacune des pyramides. Ce calcul étant long, il faut essayer de l'optimiser.

Rappelons la formule qui permet de calculer le volume d'une pyramide :

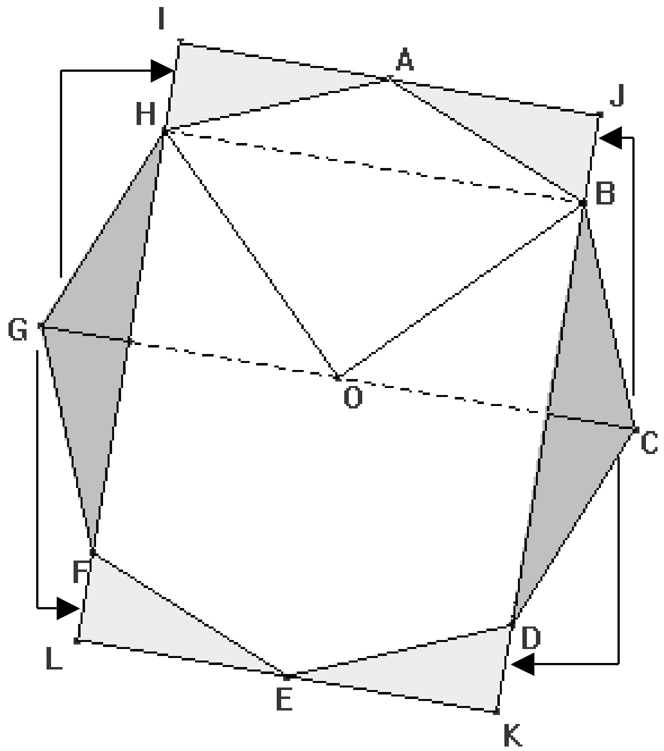
$V=\frac{1}{3}S\times H$ avec S aire de la base et H hauteur de la pyramide

* Pour la pyramide SABCDEFGH, on a :

Hauteur : SO = 12cm

Aire (octogone ABCDEFGH) = Aire (rectangle IJKL)

En effet, comme le montre la figure ci-dessous, par déplacement des parties gris foncé vers les parties gris clair, l'octogone est transformé en rectangle en conservant son aire.




Or IJKL est un rectangle dont on connaît la longueur IL = AE = 10cm.

Et sa largeur est HB qui est l'hypoténuse du triangle rectangle isocèle HOB (HO = 0B ; $\widehat{HOB} = 2\widehat{HOG} = 90°$) ; donc : HB = $5\sqrt{2}$ cm

d'où Aire (ABCDEFGH) = AE x HB = 10 x $5\sqrt{2}$ cm² et enfin V = $\frac{1}{3}$SO x AE x HB = $200\sqrt{2}$ cm$^3$.

* La petite pyramide est une réduction à l'échelle $\frac{1}{2}$ de la grande ; toutes les longueurs sont divisées par 2, donc :

$$v = \frac{1}{3}\,\frac{SO}{2}\times\frac{AE}{2}\times\frac{HB}{2} = 25\sqrt{2}\ \text{cm}^3$$

* On retrouve le résultat : $\mathbf{\frac{v}{V} = \frac{1}{8}}$.

**EXERCICE 4**

**Question 1**

Méthode 1 :

En 1 heure, la première fontaine remplit $\frac{1}{9}$ du bassin,

la deuxième fontaine remplit $\frac{1}{7}$ du bassin.

Donc, si on utilise simultanément les deux fontaines, elles rempliront en 1 heure :

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{7} = \frac{16}{63} \text{ du bassin}$$

| Durée en h | Nombre de bassins |
|---|---|
| 1 | $\frac{16}{63}$ |
| ? | 1 |

Pour remplir la totalité du bassin, il faudra donc: $\mathbf{\frac{63}{16}}$ **h.**

Méthode 2 :

Soit x et y les débits exprimés en litres par heure respectivement de la première et de la deuxième fontaine, on a :

Volume d'un bassin : 9x = 7y

Soit T le temps mis pour remplir le bassin en utilisant simultanément les deux fontaines :

Volume d'un bassin : T.(x + y)

D'où 9x = 7y = T.(x + y)

L'égalité 9x = 7y donne y = $\frac{9}{7}$x

D'où en reportant : $9x = T.(x + \frac{9}{7}x)$

Soit en simplifiant par x : $9 = T.(1 + \frac{9}{7}) = \frac{16}{7}T$

D'où $\mathbf{T =} 9 \times \frac{7}{16} = \mathbf{\frac{63}{16}}$ **(h)**.

Méthode 3 :
La première fontaine remplit 7 bassins en 63 heures ; la deuxième fontaine remplit 9 bassins en 63 heures.
Donc, en utilisant simultanément les deux fontaines, on remplit 7 + 9 = 16 bassins en 63 heures.
**Il faudra donc $\frac{63}{16}$ h pour remplir un bassin en utilisant simultanément les deux fontaines.**

*Remarque :* *Débit =* $\dfrac{Volume}{Durée}$
*A volume constant, le débit est inversement proportionnel à la durée.*

**Calcul de la durée en heures, minutes, secondes :**

Méthode 1 :
63 = 3 x 16 + 15
donc $\frac{63}{16}\text{h} = 3\text{h} + \frac{15}{16}\text{h} = 3\text{h} + \frac{15 \times 60}{16}\text{min}$
$\frac{15 \times 60}{16} = \frac{225}{4} = 56 + \frac{1}{4}$
d'où $\frac{63}{16}\text{h} = 3\text{h} + 56\text{min}\ \frac{1}{4}\text{min}$, c'est à dire : $\mathbf{\frac{63}{16}}$ **h = 3 h 56 min 15 s**.

Méthode 2 :
$\frac{63}{16}\text{h} = 4\text{h} - \frac{1}{16}\text{h}$
$\frac{1}{16}\text{h} = \frac{60}{16}\text{min} = 4\text{min} - \frac{4}{16}\text{min} = 4\text{min} - \frac{1}{4}\text{min}$
donc $\frac{63}{16}\text{h} = 4\text{h} - 4\text{min} + 15\text{s} = 3\text{h}\ 56\text{min}\ 15\text{s}$.

**Question 2a**

Soit V la capacité du bassin exprimée en litres, on a les débits en litres par heure :
Débit de la première fontaine = $\frac{V}{9}$
Débit de la deuxième fontaine = $\frac{V}{7}$
D'où $4 \times \frac{V}{9} + 3 \times \frac{V}{7} = 550$
Soit $V \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{3}{7}\right) = 550$, c'est à dire $V \cdot \frac{55}{63} = 550$
D'où **V = 630 L.**

**Question 2b**

Le débit de la première fontaine est donc : $\frac{630}{9}$ = **70 (L/h).**

Le débit de la deuxième fontaine est : $\frac{630}{7}$ = **90 (L/h).**

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

**Question 1a**

L 'élève cherche à compléter ce qui manque à 20h35 pour arriver à 22h08. Il avance sur l'axe du temps de 20h35 à 22h08 en s'arrêtant sur un « nombre rond » d'heures : 21h. Pour arriver à 21h, il faut ajouter 25 min ; puis de 21h pour arriver à 22h08, il faut ajouter 1h08. Il fait ensuite l'addition 1h 08 min + 25 min et trouve la réponse exacte.

**Question 1b**
**Autres procédures pour arriver à une réponse juste.**

<u>Procédure 1</u> : la soustraction experte de nombres sexagésimaux.
22h08min – 20h35mn = 21h68min – 20h35min = 1h33min

<u>Procédure 2 :</u> assez voisine de la procédure 1 mais avec une soustraction en deux ou trois temps, notamment soustraction des heures pleines, puis des minutes.
22h08min – 20h = 2h08min
35min = 8min + 27min
2h08min – 8min = 2h
2h – 27min = 1h + 60min – 27min = 1h 33min

<u>Procédure 3 :</u> appui sur un nombre « rond »d'heures : 21h.
Si le film avait commencé à 21h, il aurait commencé 25min plus tard et se serait terminé 25 min plus tard, c'est à dire à 22h33min
22h08min + 25min = 22h33min
D'où la durée du film : 22h33min – 21h = 1h33min

<u>Procédure 4 :</u> appui sur un nombre « rond »d'heures : 22h.
Si le film s'était terminé à 22h, il aurait commencé 8 min plus tôt, donc à 20h 27min (35 – 8 = 27).
D'où la durée du film de 20h 27min à 22h ; soit 3min jusqu'à 20h30min, puis 1h30 min. jusqu'à 22h.

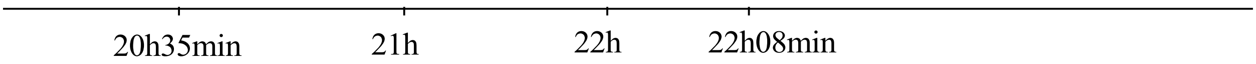
*<u>Remarque 1 :</u>*
*La procédure 3 repose sur le fait que la différence de deux nombres ne varie pas si on ajoute le même terme à chacun d'eux.*
*La procédure 4 repose sur le fait que la différence de deux nombres ne varie pas si on enlève le même terme à chacun d'eux.*

*<u>Remarque 2 :</u>*
*Si la question portait sur une soustraction d'entiers naturels, les différentes procédures possibles pour les élèves seraient du même type.*
*Par exemple 82 – 67 peut se calculer :*
- *par ajouts successifs de 67 à 82 : 67 + 3 = 70 et 70 + 12 = 82*

*d'où la réponse 3 + 12 = 15*
- *par retraits successifs : 82 – 67 = 82 –60 – 7 = 22 – 7 = 10 +12 –7 = 10 +5 = 15*

- *par translation avant* : 82 – 67 = (82 + 3) – (67 + 3) = 85 – 70 = 15
- *par translation arrière* : 82 – 67 = (82 – 2) – (67 – 2) = 80 – 65 = 15

On peut aussi envisager des variantes des procédures ci-dessus avec utilisation d'un schéma comme celui-ci :




**Question 2**

- L'élève a bien trouvé quelle opération il doit faire : 12h10min – 2h15min

Il réalise la soustraction en appliquant la procédure de la retenue comme s'il s'agissait de nombres décimaux, bien qu'il sache qu'une heure vaut 60 minutes (comme le montre sa réponse dans l'exercice 1 et à la fin de l'exercice 2) :

12,10 – 2,15 = 9,95

Puis il interprète ce résultat comme 9h 95min qu'il transforme : 95min = 1h 35min
donc il obtient 9h + 1h 35min, d'où le résultat final : 10h 35min

- Le calcul correct était :

12h10min – 2h15min = 11h 70min – 2h15min = 9h 55min

*On peut s'interroger sur le changement de procédure de l'élève entre l'exercice et l'exercice alors que les problèmes se ressemblent (il s'agit de soustractions liées au temps) : l'élève passe en effet d'un déplacement avant sur l'axe du temps à une soustraction posée.*
*Deux hypothèses peuvent être formulées :*

- dans l'exercice , les deux nombres sont du même ordre de grandeur ;
- dans l'exercice , l'un est beaucoup plus petit que l'autre ;
- l'exercice correspond à la recherche d'une durée ; selon la typologie de G. Vergnaud[1] à la recherche d'une transformation dans la relation 'état transformation état' :

$$\boxed{\text{20h35}} \xrightarrow{\;?\;} \boxed{\text{22h08}}$$

- l'exercice correspond à la recherche d'un instant ; ; selon la typologie de G. Vergnaud[2] à la recherche de l'état initial dans la relation 'état transformation état' :

$$\boxed{?} \xrightarrow{+\,\text{2h15min}} \boxed{\text{12h10}}$$

---

[1] Voir Le Moniteur de Mathématiques, Fichier pédagogique Résolution de problèmes, Nathan 1997
[2] Voir Le Moniteur de Mathématiques, Fichier pédagogique Résolution de problèmes, Nathan 1997

**Question 3**

<u>Résolution du problème :</u>
Le film va se terminer à
20h50min + 2h25min = 22h 75min = 23h15min
Or le journal commence à 23h05min. Donc Monsieur Voitou manquera le début du journal. Il manquera 10 min. car 23h15min – 23h05min = 10min

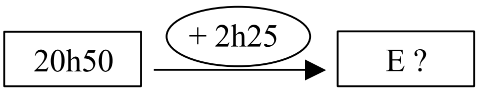
<u>Difficultés pouvant expliquer l'absence de réponse de l'élève :</u>

1. La réponse à la première question de l'exercice 🕐 nécessite que l'élève se pose une question intermédiaire qui peut être :
   A quelle heure finit le film de France 2 ?
   ou Quelle durée entre le début du film de France 2 et le début du journal de France 3 ?
   avant de comparer.

2. La situation est plus complexe.

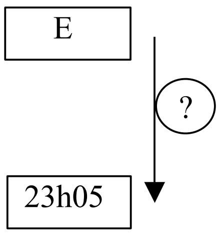
*Si on la modélise en utilisant la typologie de G. Vergnaud on a :*

- *Soit :*



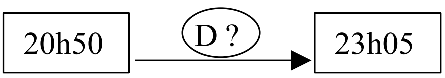

Recherche de l'état final

et



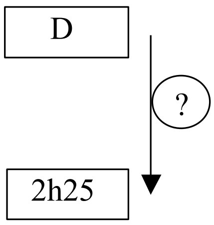

Comparaison de deux états

- *Soit :*




Recherche d'une transformation entre deux états

et




Comparaison de deux états

3. Il se peut que le vocabulaire ait perturbé la compréhension du problème :
   - « intégralement » : mot peu familier des élèves ;
   - « journal » et « actualité » : deux mots distincts pour désigner le même événement.

4. Le fait que dans les textes précédents, les instants sont notés sans la mention des minutes (par exemple 20h35 comme c'est l'usage et non 20h35min) et que les durées sont notées avec les minutes (« il faut 2h15min »), alors que dans l'exercice 🕐 la durée est notée comme un instant (« le film dure 2h25).

**Question 4 a**

- Il semble que l'élève ait bien identifié la relation entre heures et minutes avec la conversion des minutes en heures quand il y a plus de 60min.

- Il sait aussi qu'il doit faire une soustraction quand il veut calculer la durée écoulée entre deux instants (problème 1) ou bien pour trouver un instant antérieur quand il connaît l'instant final et la durée de l'événement (problème 2).
- Au niveau des techniques de calcul :
  - il sait calculer des différences de nombres sexagésimaux par avancées successives sur l'axe du temps ;
  - il sait soustraire deux décimaux (y compris sans retenue).

**Question 4b**

Il semble inutile de revenir sur la soustraction des nombres entiers et des nombres décimaux.
Il faudrait retravailler la différence entre écritures décimales (échange 10 contre 1) et écritures sexagésimales (où interviennent aussi des échanges 60 contre 1).
Le maître pourra inciter l'élève à vérifier ses calculs de soustraction de nombres sexagésimaux posés en colonne par un calcul réfléchi rapide par avancées successives.

# SECOND VOLET (8 POINTS)

**Question I-1**

Dans « Au cœur de la nouvelle », les seules compétences sollicitées sont :

- lire un texte dans lequel les informations numériques ont été occultées ;
- ranger des nombres entiers du plus petit au plus grand ;
- avoir des connaissances sur l'ordre de grandeur de contenances (réservoir, citerne, cuve, …) et les croiser avec une liste de nombres.

Dans « Pour aller plus loin », l'élève doit résoudre des problèmes et de nouvelles compétences sont sollicitées :

- aller chercher l'information manquante dans la nouvelle (1800 pour le problème 1, 50 pour le problème 2) ;
- mettre en relation arithmétique les informations recueillies ;
- faire des calculs dont la plupart relève du calcul réfléchi ;
- et le problème 2 nécessite de :
- se poser une question intermédiaire ;
- savoir utiliser un raisonnement de proportionnalité ;
- comparer deux nombres (18 et 50).

**Question I-2**

Intérêt pédagogique de la rubrique « Pour aller plus loin » :

- récompenser l'élève curieux (*c'est un intérêt surprenant mais non négligeable*) qui lit cette question, en lui fournissant une indication sur la contenance du camion, ce qui l'aide pour trouver où placer les nombres dans l'exercice précédent, qui n'est pas facile ;
- utiliser les connaissances sur les nombres jusqu'à 10000, ainsi que celles sur l'ordre dans la résolution de petits problèmes ;
- réviser un savoir antérieur sur la proportionnalité dans un cas simple : cela va être utile pour placer un nombre sur une graduation : si 100 est représenté par 6 carreaux, 300 sera représenté par 18 carreaux ;
- permettre une gestion différenciée du temps de travail par l'enseignant qui peut proposer un ou plusieurs exercices de cette rubrique aux élèves qui ont terminé « Au cœur de la nouvelle » avant les autres.
- 
- 

**Question II-1**

<u>Obstacles pour l'ensemble de l'exercice 1 du document A, annexe 3 :</u>
Il y a deux tableaux contenant une masse importante d'informations : il faut comprendre qu'on doit les utiliser successivement, d'abord pour déterminer la zone, puis pour trouver le prix. Le premier tableau est un tableau simple, le second est un tableau à double entrée.

<u>Obstacles pour la 1ère question :</u>

- Il faut savoir que le Canada fait partie de l'Amérique du Nord et que le Bénin est un pays d'Afrique dans la zone 3 intitulée « Autres pays d'Afrique » : en effet le Maroc, la Tunisie et l'Algérie font aussi partie de ce continent et sont dans une autre zone.
- Il faut comprendre que seul le $1^{er}$ tableau est utile.

Obstacles pour la $2^{ème}$ question :

- Comprendre que chaque ligne du $2^{ème}$ tableau correspond à un intervalle de masse et non à une masse ; ainsi la ligne « masse : 300g » signifie : masse comprise entre 200g et 300g.
- Comprendre que , pour trouver le prix d'une lettre, il faut suivre la ligne de la masse supérieure la plus proche de la $1^{ère}$ colonne ; ainsi le prix d'une lettre de 254g est à lire dans la ligne « 300g »
- Des conversions de g en kg sont nécessaires,
  la première assez simple (1265g = 1,265kg),
  la seconde concerne la borne (750g < 975g < 1000g , donc il faut lire la ligne de 1kg).
- Le tableau a un aspect très touffu car chaque colonne est dédoublée, il faut regarder seulement la partie « euro » et ne pas la confondre avec la partie « francs ».

**Question II-2a**

Si on suppose que l'annexe 3 suit l'annexe 2 dans le manuel, le savoir visé par les auteurs est l'ordre et la comparaison des nombres inférieurs à 10000, comme l'indique le titre.
L'encart « Ce que je dois retenir » doit expliciter une procédure de comparaison de ces nombres et plus particulièrement une procédure de comparaison de deux nombres de 4 chiffres.
On peut proposer :

> « Si deux nombres n'ont pas le même nombre de chiffres, le plus petit est celui qui a le moins de chiffres.
> Pour comparer deux nombres de 4 chiffres, on regarde leurs chiffres des milliers : le plus petit nombre est celui qui a le plus petit chiffre des milliers. S'ils sont égaux, on regarde les chiffres des centaines : le plus petit est celui qui a le plus petit chiffre des centaines. … Et ainsi de suite jusqu'aux chiffres des unités.

On peut aussi imaginer un encart réalisé à partir d'exemples qui pourrait être un complément utile à la proposition précédente :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 587 | < | 1231 | (car entier à 3 chiffres < entier à 4 chiffres) |
| **3**728 | < | **4**216 | car 3 < 4 |
| 7**2**49 | < | 7**5**12 | car 2 < 5 |
| 73**4**8 | < | 73**6**1 | car 4 < 6 |
| 293**5** | < | 293**8** | car 5 < 8 |

**Question II-2b**

En référence au texte des programmes 2002, le statut de cet écrit sera celui d'un écrit de référence. Il diffère d'autres écrits rencontrés en mathématiques : écrits de communication, écrits de recherche…

*Remarque :*
*Cet écrit mathématique, difficile à formuler, n'aura pas beaucoup de sens pour les élèves s'ils ne l'ont pas d'abord implicitement fait fonctionner sur des exemples et s'ils n'ont pas proposé une première formulation : c'est seulement dans ce cas qu'ils en auront une justification implicite, que l'écrit n'aura pas le statut de règle à appliquer, mais celui d'un énoncé compris . cet écrit sera dans la mémoire de la classe et servira de référence pour les exercices ( classer des nombres, trouver les erreurs).*

**Question III-1**
**Exercices de comparaison de deux nombres.**

Dans les exercices 3 et 9, les élèves ont deux nombres à comparer :

- un nombre donné par une écriture additive avec un nombre donné par son écriture décimale usuelle dans l'exercice 3 ;
- deux nombres écrits avec des mots dans l'exercice 9.

Dans l'exercice 6, les élèves ont aussi deux nombres à comparer ; mais c'est un peu plus complexe car le 1^er^ terme de la comparaison est à construire.

Dans l'exercice 7, il s'agit aussi de comparaison de nombres, mais ici il faut comparer 2347 et 5625 avec chacun des nombres présents sur les étiquettes.

On peut considérer que l'exercice 8 porte aussi sur des comparaisons de deux nombres : pour chaque nombre donné par son écriture usuelle, il faut le comparer aux nombres donnés sous forme décomposée pour trouver des couples de nombres égaux.

**Question III-2**
**Exercices d'intercalation de nombres.**

Dans l'exercice 1, il s'agit d'intercaler les dates entre les repères préalablement placés (0 ; 500 ; 1000 ; 1500 et 2000).

Dans l'exercice 2, il s'agit de compléter les chiffres manquants dans l'écriture décimale usuelle de certains nombres pour que le rangement soit juste, c'est à dire pour que chacun soit intercalé entre ses deux voisins.

L'exercice 4 porte sur l'intercalation de nombres dans des intervalles dont les bornes sont des nombres entiers de milliers.

L'exercice 5 est davantage un exercice d'encadrement qu'un exercice d'intercalation : encadrer des nombres de 4 chiffres entre deux multiples entiers consécutifs de mille ou de cent.

L'exercice 7 peut être considéré comme un exercice d'intercalation : retrouver sur les étiquettes les nombres que l'on peut intercaler entre 2347 et 5625.

*Remarques :*
*1) Dans tous les exercices relatifs à l'ordre (comparaison simple, rangement, encadrement, intercalation), on est conduit à effectuer des comparaisons des deux nombres.*
*2) Dans les exercices d'encadrement, on recherche les bornes d'un intervalle contenant un nombre donné ; l'intervalle d'encadrement est en général précisé (ici 100 ou 1000) ; dans les exercices d'intercalation, on recherche un nombre dans un intervalle dont les bornes sont données.*

**Question III-3**
**Critique de l'exemple donné dans l'exercice 5.**

La dénomination « millier précédent » ou « centaine précédente » (respectivement suivante) est inadaptée ; il s'agit en fait du multiple entier de mille ou de cent précédant le nombre (respectivement suivant le nombre).

L'exemple donné pourrait donc être reformulé ainsi :

| Multiple entier de mille précédent le nombre | Multiple entier de cent précédent le nombre | Nombre | Multiple entier de cent suivant le nombre | Multiple entier de mille suivant le nombre |
|---|---|---|---|---|
| 5000 | 5400 | 5423 | 5500 | 6000 |
| | | | | |

**Question IV-1**

Les objectifs d'apprentissage principaux dans les annexes 2 à 5 sont :
- savoir comparer deux nombres de 3 ou 4 chiffres quand ils sont écrits en chiffres ;
- savoir intercaler un nombre compris entre 100 et 10000 dans une suite croissante ou décroissante ;
- savoir encadrer un nombre de trois ou quatre chiffres entre deux multiples entiers consécutifs de 100 ou entre deux multiples entiers consécutifs de 1000 ;
- savoir comparer deux nombres entre cent et dix mille écrits avec des mots

Les exercices proposés sont aussi l'occasion de consolider des compétences déjà travaillées :
- connaissance des règles de numération de position ;
- passage de la numération écrite en chiffre à la numération orale (et réciproquement).

**Question IV-2**

En supposant que les annexes 2 à 5 représentent une progression sur ordre et comparaison d'entiers inférieurs à 10000, la progression serait :

- 
- Ordre de grandeur de mesures
- Comparaison, rangement de nombres
- Intercalation d'un nombre entre deux autres

} à partir de supports concrets

- Phase d'entraînement sur des exercices quelquefois nouveaux par rapport à ce qui a été travaillé précédemment (notamment placer des nombres sur une graduation, comparer des nombres écrits en mots).

*Remarque :*
*On peut noter une évolution dans la contextualisation des situations :*
*Annexe 2 → texte évocateur d'une situation prétexte à comparaison et rangement.*
*Annexe 3 → document de la vie courante dont la lecture nécessite des connaissances sur l'ordre et l'intercalation des nombres entiers.*
*Annexes 4 et 5 → exercices décontextualisés.*

**Question IV-3**
**Points forts des orientations ministérielles présents dans les annexes 2 à 5.**

Le candidat pourra citer trois points parmi les points suivants :

1- Dans le paragraphe objectifs : « la résolution des problèmes est au centre des activités mathématiques » et plus loin : l'élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes...et leur efficacité est conditionnée par leur entraînement dans des exercices.. »
2- Dans le paragraphe objectifs : « les situations sur lesquelles portent ces problèmes peuvent être issues de ..la vie courante. ».
3- Dans le paragraphe exploitation de données numériques : « Les élèves sont également confrontés à la lecture (…) de divers modes de représentations (listes, tableaux,…) à partir de données effectives. »
4- Dans le paragraphe connaissance des nombres naturels : « maîtriser la comparaison et le rangement de ces nombres et avoir travaillé le placement exact ou approché de ces nombres sur une droite graduée,… »

*Remarque :*
*Les questions de ce sujet de concours portent seulement sur des pages de manuels dans lesquelles il n'y a pas grande différence entre la partie « leçon » et la partie « exercice » . Certes, dans les deux pages de « leçon », les questions sont plus difficiles que dans les exercices. Cela suppose donc que les « leçons » seront traitées en groupes avec l'aide de l'enseignant. Ce n'est pas pour autant une garantie de construction du savoir visé. Résoudre les questions de lecture des tableaux dans l'annexe 3 est très intéressant, mais peu spécifique du savoir à écrire dans « ce que je dois retenir » ;*

*d'autres objectifs sont visés, utiliser les encadrement dans la vie courante, apprendre à lire un tableau. Une question dans ce sens aurait pu être posée aux candidats.*

*Par opposition, une situation en classe spécifique du savoir visé pourrait être la suivante.*
*Par exemple : deux nombres différents A et B , de trois chiffres chacun, sont écrits sur des cartons (un chiffre sur chaque carton). Les cartons sont retournés avant que les élèves n'aient vu les chiffres. Il s'agit de déterminer quel est le nombre le plus grand entre A et B en retournant le moins possible de cartons.*

| □ □ □ | □ □ □ |
|---|---|
| *Nombre A* | *Nombre B* |

*Avec une telle situation les élèves vont trouver par eux-mêmes la règle : il suffit de comparer le chiffre de centaines si les chiffres de centaines sont différents, et s'ils sont égaux il faut voir les chiffres des dizaines, etc.*
*S'il y a des désaccords les élèves pourront en discuter en trouvant des arguments pour justifier leur règle à partir des exemples.*

# AMIENS

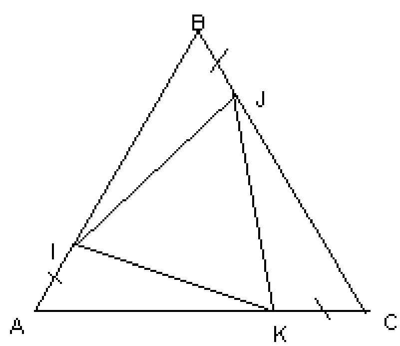
*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Question 1 a**




**Question 1 b**

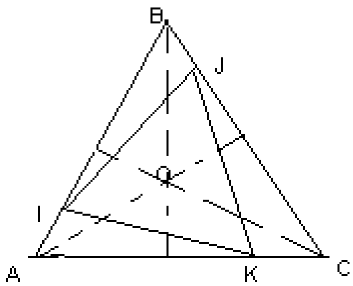
Démontrons que le triangle IJK est équilatéral.
La solution peut se rédiger de deux façons selon que :

- on prouve l'isométrie des trois triangles BIJ, AKI et CJK en se référant à un théorème connu d'égalité des triangles.
- on cherche une isométrie qui fait correspondre effectivement les trois segments IJ, IK et JK, en s'appuyant sur celles connues dans un triangle équilatéral.

<u>Méthode 1 :</u>
Les trois triangles BIJ, AKI et CJK ont chacun un angle de 60° compris entre deux côtés dont l'un mesure a ( BJ = AI = CK = a) et l'autre c-a ( BI = AK =JC = c-a).
Ces trois triangles sont donc isométriques d'après le second cas d'isométrie des triangles : ils ont un angle égal compris entre deux côtés de mesures respectives égales.

Donc IJ = IK = JK comme côtés homologues de ces triangles.
**Donc le triangle IJK est équilatéral**.

Méthode 2 :




Soit O le point d'intersection des axes de symétrie du triangle équilatéral ABC. Dans la rotation *R* de centre O et d'angle 120°

C a pour image B par *R*
B a pour image A par *R*
A a pour image C par *R*
[CB] a pour image BA] par *R*
[CJ] a pour image [BI] par *R* car [CJ] et [BI] sont inclus dans [CB] et [BA] et ont même mesure c-a.

donc
J a pour image I par *R*
De la même façon et dans la même rotation :
I a pour image K par *R*
K a pour image J par *R*

**Donc IJ = KI = KJ**

**Question 2**

Si (KJ) // (AB), le théorème de Thalès implique :

$$\frac{CJ}{CB} = \frac{CK}{CA}$$

$$\frac{c - a}{c} = \frac{a}{c}$$

donc $c^2 - ac = ac$ donc $c^2 - 2ac = 0$ donc $c(c - 2a) = 0$

Il faut donc *c = 2a* donc $\boldsymbol{a = \frac{c}{2}}$

Réciproquement, on peut remarquer que si *a* = *c*/2 on aura, d'après le théorème de la droite des milieux dans le triangle ABC, (KJ) //(AB).

**Cette valeur c/2 de a est donc nécessaire et suffisante pour avoir le parallélisme de (KJ) et (AB).**

**EXERCICE 2**

**Question a**

Il est facile de parcourir la liste des nombres inférieurs à 10 et de chercher leurs diviseurs.
**Les nombres demandés sont : 4 et 9.**
4 a pour diviseurs 1, 2 et 4 9 a pour diviseur 1,3, et 9
On remarque que ces deux nombres sont des carrés

**Question b**

Pour qu'un nombre N possède exactement trois diviseurs, il faut qu'il en ait un seul différent de 1 et de lui-même.
Le carré d'un nombre premier p répond à la question. En effet ses seuls diviseurs sont 1, p et $p^2 = N$.
Remarquons que ce sont les seuls nombres qui ont trois diviseurs exactement.
En effet :

- si un nombre N est multiple de deux nombres premiers distincts p et q, il admet comme diviseurs au moins 1, p, q et pq = N.
- si un nombre est multiple d'un seul nombre premier p et s'il est égal à une puissance supérieure ou égale à 3 de ce nombre, il admet au moins comme diviseurs 1, p, $p^2$ et $p^3$.

Ils possèdent donc plus de trois diviseurs.

Le nombre cherché ayant trois chiffres, calculons les carrés des nombres premiers à partir de 11 et éliminons les résultats qui ne satisfont pas à la condition sur la somme des chiffres. Le premier nombre qui convient est le carré de 29 soit $29^2 = 841$
La recherche peut s'arrêter car le texte affirme l'unicité de la solution.
On peut s'en convaincre : il suffit d'essayer $31^2$ qui ne convient pas, et le carré suivant donne un nombre de 4 chiffres trop grand.

**La réponse est donc 841**

**EXERCICE 3**

**Question 1**

La densité du minerai A est de **4,4 kg / dm³** car 11 : 2,5 = 4,4

**Question 2**

Cherchons la masse de minerai B à utiliser.

Méthode 1 : Raisonnement par proportionnalité

Soit *a* la masse du minerai A et *b* la masse du minerai B. La masse du mélange est a+b

Comme 1 dm$^3$ de A pèse 4,4 kg, le volume en dm$^3$ du minerai A est : $\frac{a}{4,4}$

Comme 1dm$^3$ de B pèse 8kg , le volume en dm$^3$ du minerai B est : $\frac{b}{8}$

Je veux obtenir un minerai C tel que 1 dm$^3$ de C pèse 7kg

| | | |
|---|---|---|
| Volume de C en dm$^3$ | 1 | $\frac{a}{4,4}+\frac{b}{8}$ |
| Masse de C en kg | 7 | a+b |

On a donc :

$$a+b=7(\frac{a}{4,4}+\frac{b}{8})$$

$$b-\frac{7b}{8}=\frac{7a}{4,4}-a$$

$$\frac{b}{8}=\frac{2,6a}{4,4}$$

$$b=\frac{2\times 26}{11}a=\frac{52}{11}a$$

La masse de minerai B est donc proportionnelle a la masse de minerai A et nous avons trouvé le coefficient de proportionnalité.

a) Donc si on part d'une masse *a* = 11kg , la masse b = **52 kg** car $\frac{52}{11}\times 11=52$

b) Si on part d'une masse *a* = 6,6 kg, la masse *b* = **31,2 kg** car $\frac{52}{11}\times 6,6=52\times 0,6=31,2$

Méthode 2 : Résolution d'une équation

a) Soit *x* la masse en kg du minerai B à mettre dans le mélange C .

La masse de A dans ce mélange étant de 11kg, la masse du mélange C en kg est :

$$11 + x$$

Comme 1dm$^3$ de B pèse 8kg, le volume de B dans le mélange est : $\frac{x}{8}$

Le volume de A dans le mélange étant 2,5dm$^3$ , le volume total de C en dm$^3$ est :

$$2,5+\frac{x}{8}$$

On veut que 1 $dm^3$ de C pèse 7kg (sa densité est 7) donc il faut :

$$\frac{11+x}{2{,}5+\frac{x}{8}}=7$$

$$11+x=17{,}5+\frac{7x}{8}$$

$$\frac{x}{8}=6{,}5$$

donc ***x* = 52 kg**

b) Le volume de minerai A correspondant, est 1,5 $dm^3$ car 6,6 : 4,4 = 1,5
On recommence alors le même calcul . Soit $x$ la masse de minerai B en kg :

$$\frac{6{,}6+x}{1{,}5+\frac{x}{8}}=7$$

$$6{,}6+x=10{,}5+\frac{7x}{8}$$

$$\frac{x}{8}=3{,}9$$

$x$ = 31,2

**La masse cherchée est de 31,2 kg.**

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES.**

**Première opération : 978 – 765**

L'élève B fait :
- soit une erreur de calcul : 7-6 = 2
- soit une erreur de colonne en écrivant deux fois 9-7 = 2

**Deuxième opération : 45 – 27**

L'élève A soustrait toujours, par colonne, le plus petit nombre du plus grand :
7-5 = 2 et 4-2 = 2
L'élève B oublie la retenue dans la colonne des dizaines.
L'élève C fait une erreur de calcul 15- 7 = 9 .
L'élève E fait une addition.

**Troisième opération : 474 - 36**

L'élève A soustrait toujours, par colonne, le plus petit nombre du plus grand :
6-4 = 2 et 7-3 = 4
L'élève B oublie la retenue dans la colonne des dizaines.
L'élève C fait une erreur de calcul 14 – 6 = 9 .
L'élève E fait une addition.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**Question 1 a**

Les élèves de fin de cycle 3 peuvent faire le calcul suivant :

(9 x 5) x 3= 45 x 3 = 135 donc il y a 135 caramels dans la boîte.
6 + 9 + 7 = 22 donc il y a 22 élèves et il faut faire 22 parts égales.
La division de 135 par 22 donne un quotient de 6 et un reste de 3.
Chaque élève aura 6 caramels et il restera 3 caramels.

**Question 1 b**

Les élèves doivent :

- Savoir dénombrer les caramels.

En supposant que le maître a indiqué qu'il y a trois couches de caramels et montré la couche de dessus en explicitant le nombre de caramels par rangées et le nombre de rangées, les élèves doivent ensuite imaginer l'ensemble pour faire ce dénombrement.

- Savoir que la part de chacun se calcule par une division.
- Savoir faire la division de 135 par 22 en calculant le multiple de 22 le plus près de 135 et inférieur à 135.

Si le maître a indiqué en outre aux élèves les dimensions de la boîte en cm, ils doivent comprendre qu'il s'agit de données inutiles.

**Question 1 c**

Il s'agit d'un problème de réinvestissement qu'il est nécessaire d'organiser en sous-problèmes :

- un problème de dénombrement d'objets dans l'espace,
- puis un problème de division dans un partage où on cherche la valeur d'une part.

**Question 2 a**

Les élèves de début de cycle 3 peuvent faire les calculs suivants.

<u>Dénombrement des caramels et des élèves :</u>

9 x 5 = 45 donc il y a 45 caramels dans une couche
45 x 3 = 135 donc il y a 135 caramels dans la boîte
6 + 9 + 7 = 22 donc il y a 22 élèves et il faut faire 22 parts égales

Calcul de la part de chacun :
En début de cycle 3 (CE2) les élèves abordent la division. Ils peuvent utiliser plusieurs procédures pour trouver le quotient sans identifier la nouvelle opération.
La question sera posée comme pour les grands de CM2 mais sans attendre la procédure la plus rapide.

Il est probable qu'ils feront des additions ou des soustractions répétées de 22. Il est possible que d'autres élèves fassent des essais : 5 caramels à chacun, ce n'est pas assez, car $5 \times 22 = 110$ et 10 caramels à chacun, c'est trop.

**Question 2 b**

Les élèves doivent imaginer la disposition des bonbons à partir du matériel fourni pour pouvoir les dénombrer.
Les élèves doivent connaître soit l'addition, soit la soustraction, soit la multiplication et la soustraction.

**Question 2 c**

Un objectif du maître peut être les différentes méthodes de dénombrement selon trois dimensions : on peut calculer le nombre d'objets d'abord sur un « plancher » horizontal ou d'abord sur un «mur » vertical.
Un autre objectif du maître peut être une première approche de la division.

**Question 2 d**

Voici des aides possibles.

Dénombrement des caramels :
En début de cycle 3 (CE2) les élèves ne pourront pas dénombrer les caramels si le maître ne leur fournit pas un minimum de matériel à manipuler. Par exemple le maître peut les placer par groupe de trois et donner à chaque groupe une boîte de mêmes dimensions que la boîte en question avec, pour chaque groupe, quelques caramels en nombre insuffisant pour remplir la boîte mais suffisant pour bien commencer le remplissage. Le nombre de caramels fourni est une variable didactique de cette situation. Il faut que chaque groupe dispose d'un nombre suffisant de caramels pour remplir complètement au moins une rangée de chaque sorte. Ceci évitera des reports pour compter combien de caramels peuvent entrer. Les reports seraient source d'erreurs inutiles pour des enfants si jeunes.

Calcul de la part de chacun :
Si les élèves n'ont pas d'idée, l'enseignant peut commencer à faire mimer la distribution : placer 22 bouchons qui représenteront les élèves, mettre les caramels dans un sac opaque, placer un caramel à côté de chaque bouchon, se demander si on

a encore assez de caramels pour en donner un deuxième. Les élèves anticipent, donnent leur avis, le professeur ne prend pas position, la distribution effective d'un autre caramel donne la réponse. Au bout de 3 caramels pour chacun, arrêter le mime.

**Question 3**
**Procédures possibles pour des élèves de fin de cycle 2.**

Dénombrement :
Les élèves de cycle 2 peuvent faire un tas avec tous les caramels puis les regrouper en paquet de 10. Ils vont compter 13 paquets de 10 et 5 caramels isolés d'où le nombre 135.
Partage :
Ils vont ainsi se rendre compte qu'on ne peut donner 10 caramels à chacun car il n'y a que 13 paquets et non 22 . Ils peuvent corriger en faisant des paquets de 5, ce qui leur donnera 27 paquets (13 +13 + 1). Ils garderont 22 paquets et en mettant ensemble les 5 paquets qui restent, ils auront 25 caramels en plus (5+5+5+5+5). Ils pourront prévoir qu'ils peuvent en donner un de plus à chacun (25 = 22 + 3) et qu'il en restera 3.

**Question 4**

Intérêt de la mise en commun :
Lors de la mise en commun le dénombrement des élèves de cycle 2 validera le résultat du dénombrement fait par les autres qui n'avaient aucun caramel (fin cycle 3) ou seulement quelques-uns (début cycle 3).
Pour le calcul d'une part, le résultat du partage effectif qu'ils feront sera une validation empirique du quotient et du reste trouvé par les autres.

Les méthodes utilisées par les élèves de CE2 aussi bien pour le dénombrement que pour la division peuvent permettre de débloquer des élèves de CM2 qui n'ont pas trouvé la réponse ou de leur faire comprendre leurs erreurs.

Organisation de la mise en commun :
Il serait préférable d'organiser la séance en plusieurs temps :
- Discussion avec tous les élèves de ce qu'il faut faire : avant de trouver la part de chacun il faut savoir combien de caramels contient la boîte. L'enseignant présente la boîte et indique combien il y a de caramels par rangées, combien de rangées et combien de couches.
- Chaque groupe travaille, chacun avec son matériel : papier crayon pour les CM2, boîte incomplète pour les CE2, 135 jetons à dénombrer pour les plus petits (l'enseignant affirme que chaque jeton représente un caramel ).
- Mise en commun sur le dénombrement : les CE2 expliquent leur démarche, le maître choisit ceux qui vont parler en fonction des erreurs éventuelles, les résultats de CM2 sont confrontés à ceux des CE2, les petits font les tas de dix, cette fois avec les caramels. On se met d'accord sur 135.

- Chaque groupe travaille pour trouver la part de chacun : papier crayon pour les CM2 et les CE2, personnages en bouchon et les 135 jetons en paquets de 10 pour les petits. L'enseignant s'occupe d'abord de lancer le travail des CE2 puis va voir ce que font les petits.
- Mise en commun sur la division : les CE2 expliquent leur méthode aux CM2, puis les petits font la distribution avec les caramels et les élèves effectifs

# BESANÇON

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Désignons par l et L les mesures respectives, dans une unité de longueur quelconque, de la largeur et de la longueur de ce rectangle.

**Question 1**

La longueur L est augmentée de son cinquième : le nouveau rectangle a donc une longueur L' égale à $(1+\frac{1}{5})\times L$, ou $\frac{6}{5}$ de L, ou $\frac{6}{5}$ L.
La largeur l est diminuée de moitié : le nouveau rectangle a donc une largeur l' égale à $\frac{1}{2}$ l.

L'aire du nouveau rectangle est : $\frac{6}{5} L \times \frac{1}{2} l = (\frac{6}{5} \times \frac{1}{2}) \times L \times l$

Elle est donc égale à $\frac{3}{5} \times L \times l$ ; et par conséquent l'aire du rectangle a été multipliée par la fraction $\frac{3}{5}$.

La fraction $\frac{3}{5}$ est strictement inférieure à 1, donc l'aire du rectangle a diminué.

$\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$ donc l'aire a diminué de 40% $(\frac{40}{100} = 1 - \frac{60}{100})$

<u>*Autre solution :*</u> *L'aire est multipliée par $\frac{3}{5}$, donc diminue, et diminue de $(1 - \frac{3}{5})$, donc de $\frac{2}{5}$, soit $\frac{40}{100}$, ou 40%.*

**Question 2**

Cette fois le nouveau rectangle a pour longueur L'' = $\frac{5}{4}$L et pour largeur l'' = $\frac{3}{4}$l.

L'aire du nouveau rectangle est : $\frac{5}{4}L \times \frac{3}{4}l = \frac{15}{16} \times L \times l$

L'aire est donc modifiée, on peut même préciser qu'elle diminue de $\frac{1}{16}$, soit 6,25%.

<u>*Autre solution :*</u> *L'aire du nouveau rectangle est :* $(1 + \frac{1}{4})L \times (1 - \frac{1}{4})l = (1 - \frac{1}{16})\ L \times l$

**EXERCICE 2**

On considère deux nombres a et b entiers naturels strictement inférieurs à 100 appartenant à la même dizaine ; ils s'écrivent dans notre base décimale avec 2 chiffres : d et u pour a, d et u' pour b.
Le chiffre des dizaines d est un entier vérifiant : $0 \leq d \leq 9$
et les chiffres des unités u et u' vérifient : $0 \leq u \leq 9$ et $0 \leq u' \leq 9$ et u + u' = 10. Ce sont donc des entiers compris entre 1 et 9 (car si l'un d'eux était égal à 0, le second serait égal à 10, ce qui n'est pas possible).

**Question 1**

Si on décompose a et b dans la base 10, on obtient : a = 10d + u et b = 10d + u'
Calculons leur produit : $a \times b = (10d + u) \times (10d + u')$

$$= 100d^2 + 10du' + 10du + uu'$$
$$= 100d^2 + 10d(u' + u) + uu'$$
$$= 100d^2 + 10d \times 10 + uu'$$
$$= 100d(d + 1) + uu'$$

On peut alors énoncer la règle comme suit :
***Je calcule le produit des deux nombres a et b en faisant suivre de gauche à droite les chiffres obtenus ainsi : le produit du chiffre d des dizaines (commun à a et b) par son suivant (d + 1), suivi par le nombre <u>toujours de deux chiffres</u> exprimant le produit uu' des deux chiffres des unités de a et de b (si ce produit est un nombre inférieur à 10, on l'écrit avec 0 comme chiffre des dizaines ; ce cas correspond à u ou u' égal à 1)***

<u>Remarque :</u>
Pour simplifier la formulation on s'est autorisé à parler de produit de chiffres, alors que les opérations ne sont définies que sur des nombres. Pour être correct il faudrait dire par exemple : le produit du nombre à 1 chiffre égal au chiffre d des dizaines de a et b, par le nombre à 1 ou 2 chiffres, égal à d + 1. On voit l'intérêt des formulations algébriques lorsqu'on les maîtrise !

*<u>Autre formulation :</u>*
*Le nombre de centaines du produit a*$\times$b *est égal au produit de d, chiffre des dizaines de a (ou de b), par son successeur (d + 1). Les deux derniers chiffres constituent un nombre égal au produit uu' ; Si uu' est inférieur à 10, le chiffre des dizaines est égal à 0.*

**Question 2**

Calculons 91$\times$99 : j'écris donc le nombre résultat de 9$\times$10, suivi du nombre de 2 chiffres résultat de 1$\times$9, soit 90 suivi de 09, donc 91$\times$99 = 9009

Calculons 86$\times$84 : j'écris donc le nombre résultat de 8$\times$9, suivi du nombre de 2 chiffres résultat de 6$\times$4, soit 72 suivi de 24, donc 86$\times$84 = 7224

**EXERCICE 3**

*<u>Remarque :</u>*
*L'ensemble des points M du plan qui vérifient une certaine propriété **P** est constitué de tous les points du plan qui ont cette propriété ; on dit aussi « lieu des points M » ou ensemble solution $\mathcal{S}$.*
*Pour déterminer un ensemble de points vérifiant une propriété **P**, deux méthodes sont envisageables :*

*Procéder par équivalence ;*
*Procéder en deux étapes :*
*Si un point M vérifie **P**, alors il appartient à l'ensemble $\mathcal{S}$ ;*
*Si un point M appartient à l'ensemble $\mathcal{S}$, alors M vérifie **P**.*

**Question 1**

Ici la propriété **P** est "ABM est un triangle rectangle en A ou en B".
Or on a les <u>équivalences</u> suivantes :
ABM est un triangle rectangle en A, si et seulement si les droites (AB) et (AM) sont perpendiculaires, autrement dit un point M du plan vérifie cette propriété s'il est sur **la** droite (D) perpendiculaire en A à la droite (AB) – c'est la condition nécessaire –, et réciproquement si un point est sur (D), alors il forme avec les points A et B un triangle rectangle en A (en admettant comme triangle rectangle en A le triangle aplati AAB) – c'est la condition suffisante –.
De même ABM est un triangle rectangle en B, si et seulement si les droites (AB) et (BM) sont perpendiculaires, autrement dit un point M du plan vérifie cette propriété s'il est sur **la** droite (D') perpendiculaire en B à la droite (AB) – c'est la condition nécessaire –, et réciproquement si un point est sur (D'), alors il forme avec les points A et B un triangle rectangle en A (en admettant comme triangle rectangle en B le triangle aplati ABB) – c'est la condition suffisante –.

On peut alors conclure que l'ensemble des points cherchés est ici l'ensemble constitué par les points des deux droites (D) et (D'), ce que l'on appelle ensemble réunion noté : (D)$\cup$(D').

**Question 2**

Ici la propriété **P** est "ABM est un triangle rectangle en M".
Or on a l'équivalence : ABM est un triangle rectangle en M si et seulement si M est sur le cercle de diamètre [AB] (en admettant comme triangles rectangles en A le triangle aplati AAB et en B le triangle aplati ABB).
Donc l'ensemble cherché est le cercle de diamètre [AB].

**Question 3**

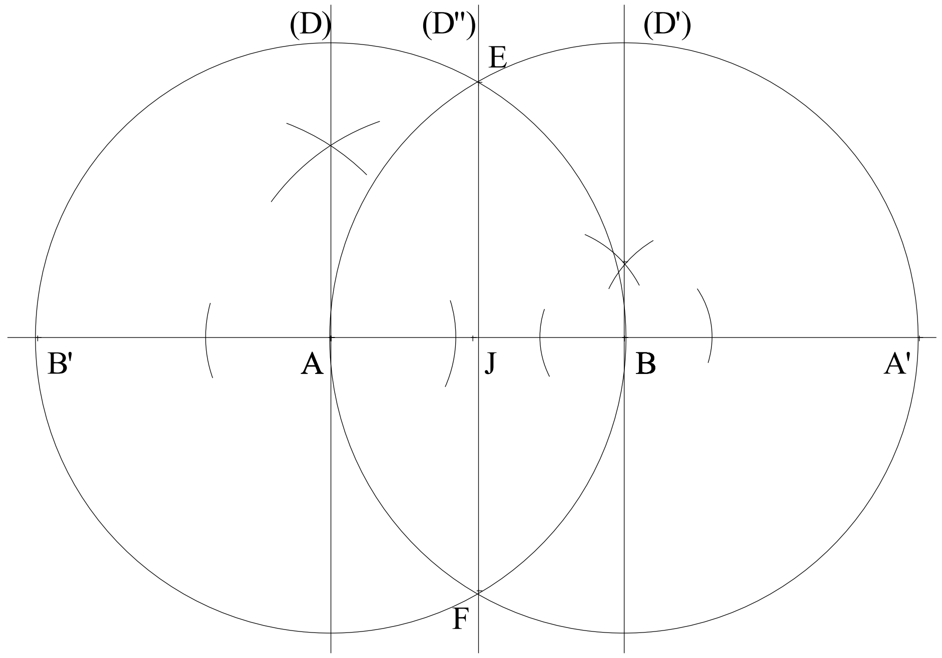
Ici la propriété **P** est "ABM est un triangle isocèle en A ou en B".
On a l'équivalence : ABM est un triangle isocèle en A si et seulement si les longueurs AB et AM sont égales (en admettant comme triangles isocèles en A, les deux triangles aplatis ABB et ABB' où B' est. le point symétrique de B par rapport à A).
Or AB est une longueur connue et fixée, d'où : AM = AB si et seulement si M est sur le cercle de centre A et de rayon AB.
De même : ABM est un triangle isocèle en B si et seulement si les longueurs AB et BM sont égales, ou encore si et seulement si M est sur le cercle de centre B et de rayon BA (en admettant comme triangles isocèles en B, les deux triangles aplatis AAB et ABA' où A' est. le point symétrique de A par rapport à B).
Donc l'ensemble cherché est la réunion de ces deux cercles.

*Remarque :*
*Les deux points E et F qui appartiennent à ces deux cercles donnent deux triangles ABE et ABF à la fois isocèles en A et en B, donc équilatéraux.*

**Question 4**

Ici la propriété **P** est "ABM est un triangle isocèle en M".
ABM est un triangle isocèle en M si et seulement si les longueurs BM et AM sont égales (en admettant comme triangle isocèle en J le triangle aplati ABJ où J est le milieu du segment [AB]), donc si et seulement si le point M est équidistant des points A et B, ou encore si et seulement si M est sur la médiatrice du segment [AB].
L'ensemble cherché est donc la médiatrice (D'') du segment [AB].

*Remarque :*
*Avec la question précédente on connaissait déjà deux points satisfaisant la propriété, les points E et F puisque les triangles ABE et ABF sont équilatéraux.*


(D)
(D")
(D')
E
B'
A
J
B
A'
F

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

Nous donnons d'abord une solution rapide et experte de cet exercice :
La palette comprend 8 étages composés de 4 rangées de 3 paquets.
Il y a donc ($8 \times 4 \times 3$) paquets soit 96 paquets, donc $96 \times 15$ carreaux, c'est-à-dire <u>1440 carreaux</u>.
Les carreaux sont vendus au prix de 216 € les cent.
La palette comprend 14 centaines et 40 carreaux.
Charles va donc payer : $(14 \times 216) + (\dfrac{216 \times 4}{10})$ en €, soit <u>3110,40 €</u>.

<u>*Remarque :*</u>
*Une question se pose face à cet exercice et au niveau auquel il est proposé (CE2). Quelle réponse veut l'enseignant qui propose de calculer le prix de la palette puisqu'elle n'est pas constituée d'un nombre entier de centaines ? Est-ce que l'élève doit décider que les 40 derniers carreaux reviennent au prix de cent, ce que pourrait signifier l'expression « 216 € les cent » ? Le prix serait alors 3240 €, mais cette interprétation n'est guère vraisemblable dans la réalité. Est-ce que l'élève doit décider que le marchand fait cadeau de ces 40 carreaux à Charles ? Le prix serait alors 3024 €, cette interprétation semble nettement plus réaliste. Ou encore le maître invite-t-il l'élève à une approche de raisonnement proportionnel, en utilisant les centimes d'euro pour éviter les décimaux encore inconnus à ce niveau ? Le prix serait alors 3110 € 40 centimes. Dans ce cas, le maître voudrait-il se servir de ce problème pour engager une approche des décimaux par l'utilisation de la monnaie ? Ou tout simplement le maître veut-il engager un débat avec sa classe sur la signification dans ce problème de l'expression « 216 € les cent » ?*

**Question 1**

Cet exercice de CE2 concerne plusieurs domaines spécifiques des mathématiques :
- L'exploitation de données numériques, car l'élève doit utiliser les données numériques comme outils pour répondre aux deux questions, en interprétant l'énoncé et en choisissant les bons modèles opératoires.
- Le calcul, en particulier le calcul de produits car ces problèmes sont essentiellement multiplicatifs.
- Le domaine de l'espace, car pour donner du sens à cet exercice, l'élève doit se représenter la palette constituée de paquets, c'est-à-dire travailler sa « vision dans l'espace ».
- La connaissance des nombres entiers naturels, en particulier la maîtrise de notre numération décimale, à la fois pour les calculs (il y a 1440 carreaux) et pour l'utilisation de l'expression « 216 € les cent ».

**Question 2**

On peut distinguer 4 phases essentielles dans la production de Thomas :

- Phase d'appropriation de l'énoncé en représentant successivement par trois schémas (un pour chacune des trois phrases importantes de l'énoncé) la disposition des carreaux sur la palette : d'abord les 15 carreaux constituant un paquet, puis les 4 rangées de 3 paquets en symbolisant par 15 les carreaux de chaque paquet et en écrivant pour chaque rangée le nombre de carreaux (45), enfin un troisième schéma qui peut être interprété de deux façons : soit une nouvelle représentation d'un étage de la palette (4 rangées de 3 paquets, disposés en étages), soit par l'ébauche de la palette en représentant une vue de 4 étages, ce qui suffit peut-être à sa compréhension.
- Phase de recherche du nombre de carreaux sur un étage, en calculant pour une ligne (60), puis pour une rangée (45), puis par un essai de somme de ces deux nombres qu'il juge sans doute et heureusement sans intérêt.
- Phase de rédaction de sa solution à la première question sous la forme stéréotypée solution / opération en deux colonnes, avec un résultat exact.
- Phase de calcul du prix de la palette de carreaux en deux étapes : d'abord calcul du prix de 14 centaines en décomposant 14 en 10 + 4 (erreur dans la somme 2160 + 864), puis ajout du prix d'une centaine pour tenir compte des 40 derniers carreaux.

**Question 3**

On peut repérer plusieurs compétences mobilisées par Thomas :

- Se représenter la situation, c'est à dire organiser les données par une représentation schématique et modélisée
d'un paquet de carreaux en 3 lignes de 5 carreaux,
d'un étage de la palette en 4 colonnes de 3 paquets sur lesquels les paquets de carreaux sont symbolisés par l'écriture de leur nombre : 15 ;
- Reconnaître dans cette situation une situation multiplicative ;
- Effectuer des calculs mentalement (4×15 ; 15×3 ; 60+45) ;
- Effectuer correctement des multiplications par un nombre à un chiffre (45×4, etc.) ;
- Reconnaître le nombre de centaines d'un nombre (dans 1440, il y a 14 centaines) ce qui lui permet de calculer le prix de 14 centaines de carreaux en décomposant 14 en 10+4) ;
- Mettre en œuvre une démarche empirique pour effectuer une multiplication par un nombre à deux chiffres sans connaître la technique usuelle (pour multiplier 216 par 14, il multiplie 216 par 4 puis 216 par 10 et il additionne les deux résultats) ;
- Articuler les différentes étapes de la résolution sans perdre "le fil" du problème (cette situation est en effet complexe en particulier pour des élèves de CE2) ;
- Décider d'une interprétation de l'expression ambiguë "au prix de 216 € les cent" ;
- Rédiger la solution en distinguant les calculs en ligne, exprimant les différentes étapes de la recherche, les calculs en colonne, permettant de les effectuer, et la phrase réponse.

**Question 4**

Le point essentiel sur lequel Thomas devrait progresser est le calcul de produits d'un nombre par 10. En effet pour effectuer 210 par 10, il pose l'opération en colonne et inscrit une ligne de 0.
Il faudrait travailler avec lui sur le fait que 216×10, c'est 216 dizaines, c'est donc 2160 unités. Le produit d'un nombre par 10 se calcule donc toujours mentalement.

On pourrait aussi proposer les points suivants qui sans doute font partie de la progression prévue par le maître pour l'ensemble des élèves :
- La maîtrise de la multiplication par un nombre à deux chiffres
- La formulation des étapes de la démarche en explicitant le pourquoi de chacun des calculs effectués.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

### Question 1

L'activité présentée s'inscrit dans le domaine "espace et géométrie : repérage et orientation, formes planes" cité dans les programmes 2002 du cycle 2.

### Question 2

Deux types d'objectifs peuvent être visés par ce travail :

Des objectifs méthodologiques :

S'engager dans une procédure personnelle de résolution, faire des essais, les vérifier, mener la recherche à son terme.

Des objectifs notionnels :

Identifier plusieurs figures planes (triangle rectangle isocèle, parallélogramme, carré) dans une figure complexe (silhouette d'un canard).
Reconnaître une figure quelles que soient sa position et son orientation.
Prendre en compte certaines propriétés (longueur des côtés, angle, taille) pour s'engager dans des essais, des contrôles ou vérifications.

*Remarque :*
*Les pièces du tangram ne sont pas toutes aussi faciles à placer lorsque l'on veut les positionner à l'endroit choisi. En effet seul le parallélogramme ne présente pas d'axe de symétrie, il est donc parfois nécessaire de penser à le retourner pour bien le placer, tandis que pour les autres pièces, le recto et le verso sont directement superposables.*

### Question 3

On peut citer deux intérêts majeurs à l'aménagement choisi par l'enseignant pour ses élèves de GS : la qualité des formes données aux élèves (précision des longueurs des côtés et des angles) et le temps imparti à la séance.
Développons ces deux points :
Si l'enseignant fournit à ses élèves les formes déjà découpées, les problèmes de découpage sont éliminés. De ce fait les enfants disposent de pièces au contour bien défini et peuvent ainsi identifier précisément les côtés, les sommets et les angles, comparer les longueurs des côtés des différentes pièces, les comparer à celles des segments définissant le contour du modèle (canard), comparer les angles des pièces à ceux du modèle.
Par ailleurs, le découpage des pièces est une activité longue et laborieuse qui demande un temps important pour des élèves de GS. C'est une activité qui permet de développer des compétences de concentration et de motricité fine, mais qui ne permet pas de développer les compétences géométriques visées par la situation. Il est donc astucieux de ne pas mélanger les deux activités : celle de découpage et celle d'identification de formes.

*<u>Remarque :</u>*
*Ces deux points sont tout autant valables pour un CP, et même un CE1 !*

**Question 4**

La consigne proposée au cycle 3 pourrait être de tracer sur le modèle les différentes pièces du tangram sans disposer de leur gabarit. Les objectifs seraient alors :

- de favoriser la construction d'images mentales de différents polygones permettant de les identifier dans des positions variées,
- de développer la capacité à anticiper le déplacement à appliquer à une pièce pour la mettre sur le modèle sur un emplacement repéré,
- de donner un statut de points aux différents sommets du contour du modèle servant de repères pour tracer à la règle les côtés des différentes pièces qui le composent,
- d'utiliser quelques propriétés élémentaires des figures usuelles (parallélisme, présence d'angles droits, égalité de longueurs de segments) pour repérer leur emplacement,
- d'envisager des contrôles instrumentés des propriétés perçues visuellement.

**Question 5**

Les concepts qui peuvent être abordés en fin de cycle 3 avec ce matériel sont :

- Le concept d'aire d'une figure plane, en tant que grandeur (et en particulier la propriété d'additivité des aires) ;
- Le concept de mesure d'aire d'une surface plane par report d'un « étalon » dont l'aire est choisie pour unité ;
- Le concept de fraction dans le cas où l'on choisit pour étalon une autre figure que le petit triangle.

*<u>Remarque :</u>*
*Recouvrir effectivement et entièrement le « canard » avec une seule forme en autant d'exemplaires que nécessaire n'est possible qu'avec le « petit » triangle rectangle isocèle. La mesure de l'aire du canard avec cette unité est 16*
*Si on utilise une autre pièce du tangram pour effectuer le recouvrement il est nécessaire de recourir à des fractionnements de cette forme. Si on veut exprimer la mesure de l'aire de chaque pièce du tangram dans cette unité, le recours aux fractions est indispensable, même si la mesure de l'aire totale du canard s'exprime par un nombre entier quelle que soit la pièce choisie pour étalon.*

*<u>Remarque générale :</u>*
*Il aurait été intéressant de demander aux candidats de faire une analyse précise de la tâche d'un élève de CP confronté au travail proposé dans l'annexe2, ainsi que de celle d'un élève de cycle 3 dans le contexte présenté dans la question 4.*

# BORDEAUX, CAEN, CLERMONT-FERRAND, GUADELOUPE, LIMOGES, NANTES, RENNES

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

#### EXERCICE 1

**La proposition est fausse. Pour cela, il suffit de produire un contre-exemple :**
Si l'on choisit, par exemple, comme rectangle EFGH un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 4 cm, son aire est de 12 cm$^2$. Si l'on choisit comme rectangle UVWX un rectangle de longueur 7 cm et de largeur 1 cm son aire est de 7 cm$^2$, la proposition est donc fausse.
<u>*Remarque :*</u>
*Cet exercice suggère une construction effective de deux rectangles. (« On trace… »). Ensuite, la question demande « peut-on… ». Le « on », s'il s'adresse au traceur permet de donner une réponse du type « la proposition est fausse parce que… » ou, au contraire, une réponse du type « la proposition est vraie parce que… » selon les rectangles tracés.*
*Exemple : si l'on choisit comme rectangle EFGH un rectangle de largeur 1 cm et de longueur 6 cm, son aire est de 6 cm$^2$. Si l'on choisit comme rectangle UVWX Si l'on choisit comme rectangle UVWX le même que précédemment (un rectangle de longueur 7 cm et de largeur 1 cm son aire est de 7 cm$^2$). La proposition est vraie.*
*La rédaction de l'exercice peut faire croire qu'une construction est nécessaire*
*En fait, ce deuxième « on » de l'énoncé s'adresse, cette fois, à la communauté des mathématiciens*
*On aurait pu facilement clarifier l'énoncé en écrivant : Peut-on affirmer<u>, sans voir ces deux rectangles</u>, que l'aire de UVWX est plus grande que l'aire de EFGH ?*

**EXERCICE 2**

Soit n ce nombre entier. Désignons par a, b et c les chiffres qui composent ce nombre, a chiffre des centaines, b chiffre des dizaines, c chiffre des unités. Nous avons n = $\overline{abc}$ .

$$\begin{cases} a + b + c = 16 \\ \overline{bac} = \overline{abc} + 450 \\ \overline{cba} = \overline{abc} + 198 \end{cases}$$

ce qui donne :

$$\begin{cases} a + b + c = 16 \\ 100b + 10a + c = 100a + 10b + c + 450 \\ 100c + 10b + a = 100a + 10b + c + 198 \end{cases}$$

Par réduction, ce système est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} (1)\ a + b + c = 16 \\ (2)\ b - a = 5 \\ (3)\ c - a = 2 \end{cases}$$

En soustrayant (2) et (3) à (1), on obtient :
(a + b + c) -(b - a) - (c –a) = 16 - 7 d'où 3a = 9, d'où a = 3.
En utilisant alors (2) et (3), on obtient b puis c :
b = 8 et c = 5

**le nombre cherché est 385.**

*Il existe bien d'autres façons de résoudre le système d'équations précédent. Par exemple on peut tirer de (2) l'égalité b = 5 + a et tirer de (3) l'égalité c = 2 + a, puis remplacer b et c par leur expression dans (1) , on retrouve a = 3, puis b = 8 et c = 5.*

**EXERCICE 3**

**Question 1**
**Calcul, en pourcentage, du bénéfice réalisé.**

Soit x le montant de l'achat du lot d'ordinateurs :

Le reste s'écrit alors $x-(\frac{x}{3}+\frac{x}{4})$

Le bénéfice résultant des ventes peut s'écrire alors de la façon suivante :

$(\frac{x}{3}\times\frac{20}{100}) + (\frac{x}{4}\times\frac{16}{100}) - ((x-(\frac{x}{3}+\frac{x}{4}))\times\frac{7}{100})$

Ce qui fait :

$\frac{20x}{300} + \frac{16x}{400} - \frac{5x}{12}\times\frac{7}{100} = \frac{80x}{1200} + \frac{48x}{1200} - \frac{35x}{1200}$

Le bénéfice s'écrit alors : $\frac{93x}{1200}$ . Or $\frac{93}{1200}=\frac{93}{12}\times\frac{1}{100}$, $\frac{93}{12}= 7{,}75$ ce qui permet d'écrire que le bénéfice, en pourcentage du montant de l'achat est :

**7,75% (de x).**

**Question 2**
**Calcul du montant des achats.**

Or, ce bénéfice est de 2976 €.
Le montant de l'achat du lot d'ordinateurs x peut alors se calculer :

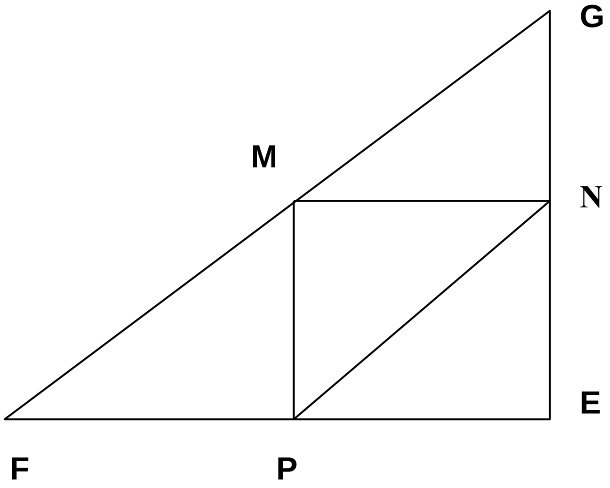
$$2\,976 = \frac{93x}{1200}$$

$$2\,976 \times 1200 = 93x$$

d'où x = 38 400 €

**Le montant des achats était de 38 400 €**

**EXERCICE 4**




**Partie A :**

**Question 1**
**Longueurs GN et EN en fonction de x.**

Le théorème de Thalès appliqué dans le triangle EFG, en se servant du fait que (MN) est parallèle à (EF), donne l'égalité suivante :

$$\frac{GN}{NM} = \frac{GE}{EF}$$

Remplaçons les mesures connues et servons nous de x longueur de MN ; on obtient : $\frac{GN}{x} = \frac{5,4}{7,2}$ $\qquad \frac{GN}{x} = \frac{3}{4}$ $\qquad GN = \frac{3}{4}x$

**GN = 0,75 x.**

NE = EG – GN
**NE = 5,4 – 0,75 x**

**Question 2 :**
**Valeur de x pour laquelle MNEP est un carré.**

MNEP est un rectangle par construction. La condition nécessaire et suffisante pour que le quadrilatère MNEP soit un carré est que deux côtés consécutifs soient de même mesure :
MN = NE
$x = 5{,}4 - 0{,}75\ x$
$1{,}75\ x = 5{,}4$
d'où x = $\frac{5{,}4}{1{,}75} = \frac{540}{175}$ ; $\frac{540}{175} = \frac{108}{35}$.

**Question 3 :**
**Aire de MNEP en fonction de x.**
L'aire du rectangle MNEP est égale au produit de la longueur par la largeur :
$A(x) = x \times (5{,}4 - 0{,}75\ x)$.

**Question 4 :**
**Aire de MNEP en fonction de x.**

| Valeurs de x | 2 | 3,2 | 5,8 |
|---|---|---|---|
| **A(x)** | 7,8 | 9,6 | 6,09 |

**Question 5 :**
**Lecture graphique.**

L'aire semble maximale pour la valeur de x égale à 3,6 cm.

*Remarque : il ne s'agit que d'une conjecture faite à partir d'une lecture graphique. Le candidat doit se fier à un contrat tacite qui est que la valeur exacte peut être lue sur le graphique qui lui est proposé. Mais, le résultat pourrait bien être 3,59 ou 3,61, ou toute autre valeur que la lecture ne permettrait pas d'éliminer. La preuve que cette valeur est bien celle qui permet d'avoir l'aire maximale ne peut être apportée que par un travail d'analyse de la fonction, en particulier en calculant la dérivée de celle-ci et en cherchant la valeur de x pour laquelle cette dérivée s'annule*
*Pour indication : la fonction dérivée est : 5,4 – 1,5 x.*
*Cette expression s'annule pour x = 3,6. Le contrat était le bon…Par la suite, le sujet se fonde sur cette mesure lue pour construire des démonstrations.*

**La position du point M** sur le segment [FG] : la longueur FE est 7,2. MNEP est un rectangle, donc PE = MN = 3,6. P est donc milieu de [FE]. D'après le théorème des milieux dans le triangle FEG, le point M est donc le milieu de [FG].

*Remarque : une autre approche permet de calculer la mesure de [GM] :*
*$GN = 0{,}75 \times x$, soit $GN = 0{,}75 \times 3{,}6 = 2{,}7$. Dans le triangle rectangle GMN, en utilisant le théorème de Pythagore, on a donc $GN^2 + NM^2 = GM^2$ ce qui donne*
*GM = 4,5. Le point M est sur le segment [GF] à 4,5 cm du point G.*

**Fraction de l'aire du triangle EFG** :
Une solution dans le contexte numérique est :

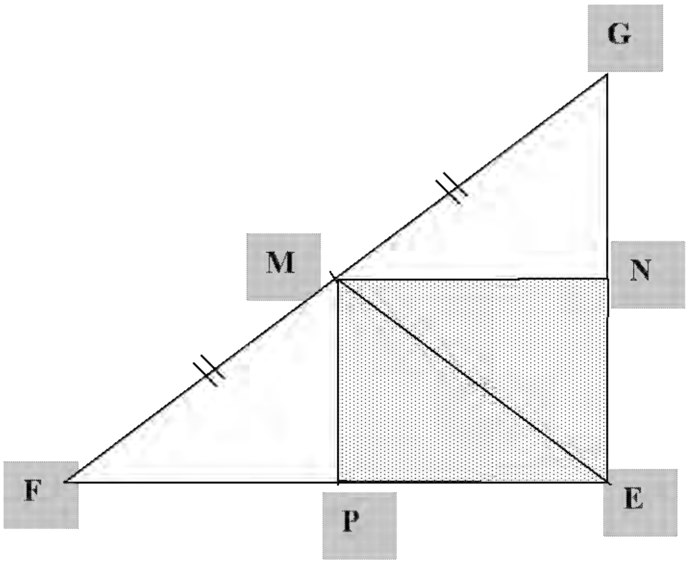
Aire de MNEP : x $\times$ (5,4 – 0,75 x) pour x = 3,6. L'aire de MNEP vaut 9,72 cm$^2$

Aire du triangle : $\dfrac{5{,}4 \times 7{,}2}{2}$ = 5,4 $\times$ 3,6, ce qui fait 19,44 cm$^2$

La fraction de l'aire du triangle EFG que représente l'aire du carré est donc :

$\dfrac{9{,}72}{19{,}44}$ , soit la moitié .

On peut montrer que l'aire de MNEP est égale à la moitié de l'aire de EFG quand M est milieu de [FG] par un raisonnement purement géométrique:




Démontrons que (MN) est la médiatrice de [GE]

M est au milieu de [FG] et (MN) parallèle à (FE), d'après le théorème de Thalès**, M est alors au milieu de [GE].**

Et de plus le triangle FEG est rectangle en E et (MN) est parallèle à (FE) donc **(MN) est perpendiculaire à [EG]** .

Donc E et G sont symétriques par rapport à la droite (MN) et les deux triangles (EMN) et (GMN) sont « isoaires » soit $A_{EMN} = A_{GMN}$.(1)

De la même façon, les deux points E et F sont symétriques par rapport à la droite (MP) et les deux triangles (FMP) et (EMP) sont « isoaires » soit $A_{FMP} = A_{EMP}$. (2)

$A_{FEG} = A_{PENM} + A_{GMN} + A_{FMP}$ (3)

$A_{PENM} = A_{EMN} + A_{EMP}$

Soit $A_{PEMN} = A_{GMN} + A_{FMP}$ avec (1) et (2)

Et (3) devient $A_{FEG} = A_{PENM} + A_{PENM}$

Donc $\mathbf{A_{PENM} = \dfrac{1}{2} A_{FEG}}$

**Partie B**

**Question 1**
**Longueur FG.**

le triangle FEG est, par hypothèse, rectangle en E. Nous pouvons donc appliquer le théorème de Pythagore :

$FG^2 = GE^2 + EF^2$
Donc : $FG^2 = 5{,}4^2 + 7{,}2^2$
$FG^2 = 29{,}16 + 51{,}84 = 81$, d'où **FG = 9 cm** .

**Question 2**
**Position de M**
Dire que NP est minimale revient à dire que ME doit être minimale (diagonales isométriques dans un rectangle). ME est minimale lorsque ME représente la distance du point E à la droite (FG), c'est à dire lorsque **M est le pied de la hauteur du triangle EFG issue de E.**

**Question 3**
**Calcul de GM.**
Solution 1 :
On peut utiliser une propriété métrique des hauteurs dans un triangle rectangle :
$GE^2 = GM \times GF$, ce qui donne : $5{,}4^2 = 9 \times GM$
D'où GM = 3,24 cm.
Mais cette connaissance n'est pas vraiment exigible.
Solution 2 :
On peut se servir de l'aire du triangle EFG. On sait que ME est hauteur, donc :
$\frac{ME \times GF}{2} = 19{,}44$
D'où $ME \times 9 = 2 \times 19{,}44$
ME = 4,32 cm
Par ailleurs, dans le triangle GME rectangle en M, en appliquant le théorème de Pythagore, on a : $GE^2 = GM^2 + ME^2$
$5{,}4^2 = GM^2 + 4{,}32^2$
$GM^2 = 5{,}4^2 - 4{,}32^2$
$GM^2 = 10{,}4976$
GM = 3,24 cm

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

### Question 1
**Compétences qui peuvent être évaluées grâce à cet exercice.**

Compétences issues des documents d'application des programmes de 2002 cycle 3 :

- Résoudre un problème en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et sur les opérations étudiées.
- Mettre en œuvre un raisonnement et articuler les différentes étapes d'une solution.
- Formuler et communiquer sa démarche et son résultat.

Autres compétences :

- Savoir organiser des données prises dans un énoncé écrit (ici, un tableau à double entrée peut faciliter, pour certains élèves la représentation du problème ; pour d'autres, un dessin sera parlant…).

| | Garçons | filles |
|---|---|---|
| Classe 1 | 11 | 12 |
| Classe 2 (27 élèves) | *13(*)* | *14(*)* |
| Total | | 26 |

*(*) Pour trouver 13, il faut trouver 14.*

- Savoir pratiquer des calculs additifs ou soustractifs dans l'ensemble des entiers à un ou deux chiffres.
- Savoir traiter un problème ayant une question intermédiaire non explicitée dans l'énoncé.
- Savoir ne pas prendre en compte des données inutiles (ici, le nombre de garçons de la première classe).

*<u>Remarque :</u>*
*Nous pouvons ajouter des compétences de type transversal telles que: « savoir lire un énoncé de problème, savoir traiter des informations … », mais le risque est de faire une liste de compétences trop générales qui font perdre la spécificité du problème.*

### Question 2
**Une difficulté de l'exercice.**

Ce problème pose plusieurs difficultés :

- la plus significative est celle de la prise de conscience de la nécessité de rechercher un résultat intermédiaire (le nombre de filles de la classe 2) non demandé par l'énoncé.
- une donnée est inutile.
- les nombres quantifient des ensembles qui ne sont pas disjoints (une fille, un garçon sont des élèves), ce qui d'un point de vue logique est difficile à concevoir.

*Remarque :*
*Ce type de problème est généralement traité collectivement à l'école primaire. Il reste difficile en classe de 6° s'il est demandé en travail individuel.*

**Question 3**
**Analyse des productions d'élèves.**

*Remarque :*
*Nous n'incluons pas dans l'analyse les considérations orthographiques.*

*Romain*

Nous pouvons faire l'hypothèse que Romain a d'abord effectué la soustraction 26-12 pour trouver 14 (résultat intermédiaire ou simple calcul effectué à l'aide des deux premiers nombres de l'énoncé ?), puis, se ravisant, ou voyant que le 27 n'était pas utilisé, il a remplacé le 26 par 27 et a trouvé 15.
La première action montrait une bonne entrée dans le problème, les calculs sont justes, mais Romain se perd et la réponse est erronée.

*Jérémy*

Il effectue, sans doute en premier, la soustraction 26-12 (résultat intermédiaire ou simple calcul effectué à l'aide des deux premiers nombres de l'énoncé ?). Le deuxième calcul utilise les deux autres nombres du problème. Le travail n'aboutit pas. La conclusion est erronée.

*Lélie*

Elle a bien compris le problème. Les réponses intermédiaires sont correctes, la conclusion est juste.
Notons qu'elle calcule, en ligne, les additions à trous et ne pose pas les soustractions.

*Grégory*

Il effectue des calculs (justes). Nous pouvons faire l'hypothèse qu'en calculant 27-26, il recherche un nombre de garçons (élèves dont on soustrait le nombre de filles). L'interprétation du calcul 11-1 est plus difficile à tenir : 11 serait considéré comme le nombre de garçons de l'école et 1 comme le nombre de garçons de la première classe. La démarche et la conclusion sont erronées.

*Suel*

Il écrit en ligne 12 + 11 + 26 – 27. Il ajoute les nombres de filles et de garçons dont il retire le nombre d'élèves. Nous pouvons faire l'hypothèse que le tout est constitué par les élèves et que les parties (ajoutées) sont constituées par les filles et les garçons. L'ordre est dû à l'ordre d'apparition des nombres dans l'énoncé.
Lors du calcul effectif, Suel transforme le signe moins en plus. Nous pouvons faire l'hypothèse que l'élève ne sait faire que des additions de plusieurs nombres. Son calcul est juste : (76).
Pour la réponse (12 garçons), il a peut-être effectué la raisonnement suivant : 11 garçons pour 26 élèves, cela fait 12 garçons pour 27 élèves. (Un élève de plus donne un garçon de plus).

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**PARTIE 1 (Activité A)[3] :**

**Question 1**
**Objectif d'apprentissage visé par le maître dans l'activité A.**

Le professeur vise, à terme la construction progressive de la division euclidienne.

Selon la façon dont le fichier va être utilisé par le professeur :
- si le problème est posé sans les productions de Sébastien, Mélanie et Cécile, les élèves pourront développer des procédures personnelles de partage équitable de collections. Certains se dirigeront vers des procédures numériques, d'autres utiliseront des dessins, des représentations schématiques.
-si, comme le suggère la consigne de la fiche, les élèves doivent s'attacher aux travaux de Sébastien, Mélanie et Cécile, alors la compétence est d'argumenter et de justifier la validité de ces procédures.

**L'objectif est de prendre conscience qu'il existe plusieurs procédures pour résoudre un problème de partage équitable.**

*<u>Remarque :</u>*
*Selon la modalité, l'élève est acteur et travaille sur des productions issues de sa classe ou bien il étudie, sans forcément avoir eu à résoudre le problème, des productions fictives.*

**Question 2**
**Cycle et année.**

Etant donné que le fichier donne à voir une procédure qui comporte des calculs multiplicatifs, ce problème ne relève pas du cycle 2.
Le dividende est un nombre à deux chiffres, ce qui autorise une résolution non numérique possible en CE2.
Le fichier ne montre pas d'algorithme de résolution, (la division euclidienne), généralement construit en CM1.
**Cette fiche concerne donc le début du cycle trois dit « cycle des approfondissements », c'est à dire le CE2 ou le début CM1**[4].

---

[3] L'activité A correspond à la partie B du fichier, l'activité B correspond à l'activité C du fichier, ce qui n'est pas pour éclairer le candidat.
[4] Ce fichier est, en fait, celui du CE2.

**Question 3a**
Les stratégies mises en place par les trois personnages du manuel pour résoudre le problème sont :

- Sébastien utilise un cadre numérique et cherche à encadrer 41 par deux multiples consécutifs de trois. Il les trouve : 39 et 42**. Il conclut correctement.**
- Mélanie et Cécile utilisent un cadre schématique.

*Remarque :*
*Ce cadre est directement inspiré de ce manuel sinon, on ne comprend pas une représentation aussi standardisée. Il s'agit de la représentation d'une boîte de « Picbille », ce qui explique, en particulier la barre qui signifie la partition de la boîte de dix en deux paquets de cinq.*

Mélanie schématise les paquets de dix, répartit les trois premiers mais ne peut distribuer les 11 bonbons restants car ils sont sous la forme d'un paquet de dix et d'une unité. **La procédure de partage n'a pas été menée à son terme.**
Cécile quant à elle, représente les 11 bonbons restants. Elle peut passer à la répartition équitable de ceux-ci. **Sa conclusion est correcte.**

**Question 3b**
**Difficulté rencontrée par Mélanie.**

Mélanie « élève fictive » considère la boîte de dix comme un objet qui ne peut être remplacé par dix bonbons. **Elle n'a pas vu qu'elle pouvait ré-ouvrir la boîte pour partager les bonbons enfermés**.

*Remarque :*
*Nous pouvons faire l'hypothèse que l'auteur du manuel a voulu montrer que certains élèves pouvaient ne pas s'approprier la représentation enseignée et que le fait de l'exhiber permettrait le progrès des « vrais » élèves de la classe.*

**Question 3c**
**Choix du nombre 41.**

- Ce nombre n'est pas trop « petit » pour permettre une tâche un peu résistante. Il n'est pas trop « grand » et **permet donc des dessins ou une schématisation par les élèves.**
- 41 n'est pas un multiple de 3. Cela **permet d'avoir un reste non nul.**

**Question 4**
**Démarches possibles des élèves pour répondre à la consigne.**

*Remarque :*
*La consigne est l'annonce de la tâche que va demander le professeur aux élèves. Elle ne se confond pas avec la question d'un problème.*

Pour entourer les bonnes solutions, les élèves peuvent :

- s'approprier l'énoncé et analyser directement les trois propositions en vérifiant la validité des conclusions.
- résoudre effectivement le problème et comparer la solution obtenue (soit seulement la réponse, soit la procédure) à celles (vraies ou fausses) du manuel.

Pour justifier que la deuxième solution ne convient pas, les élèves doivent **constater que les 11 bonbons sont encore à répartir.**

**Question 5**
**Intérêt pédagogique.**

- si le problème est posé sans les productions de Sébastien, Mélanie et Cécile, les élèves pourront développer des procédures personnelles de partage équitable de collections. Certains se dirigeront vers des procédures numériques, d'autres utiliseront des dessins, des représentations schématiques.
-si, comme le suggère la consigne de la fiche, les élèves doivent s'attacher aux travaux de Sébastien, Mélanie et Cécile, alors la compétence est d'argumenter et de justifier la validité de ces procédures.

**Question 5a**
**Intérêt pédagogique du travail en groupe.**

Le travail de groupe favorise les échanges et oblige à argumenter, débattre, justifier pour convaincre. Il développe les capacités d'entraide et de coopération. Il permet l'élaboration d'une stratégie commune. Les élèves apprennent à se répartir les tâches.

*Remarque :*
*L'intérêt pédagogique du travail de groupe dépend fortement de l'organisation de l'activité. Avec cette fiche, ce travail peut être centré sur la résolution du problème puis sur une analyse, à plusieurs, des trois travaux fictifs. Mais, puisque nous ne disposons pas d'informations sur la mise en œuvre de l'activité, il se peut que le travail de groupe donne l'impression d'une réussite de chacun.*

**Question 5b**
**Intérêt pédagogique de la mise en commun.**

La mise en commun, selon le moment où elle est effectuée va pouvoir permettre aux élèves de présenter leur stratégie et de la faire partager.

*Remarque :*
*L'organisation de la mise en commun est sous la responsabilité du professeur. Les objectifs peuvent être très différents, par exemple :*

- mettre en évidence la multiplicité des procédures permettant de résoudre le problème correctement à l'aide des travaux de la classe et/ou des trois productions du fichier,

- aller chercher la réponse exacte soit par des discussions entre élèves, soit par recours à une vérification à l'aide de matériel et espérer ainsi une évolution future de chaque élève.

**PARTIE 2 (Activité B)**

**Question 1**
**Situation de partage équitable.**

Les problèmes 1 et 5 correspondent à des situations de partage équitable. Les autres problèmes ne sont pas des problèmes de division.

*<u>Remarque :</u>*
*Ces deux problèmes ne sont toutefois pas de même catégorie[5] : le problème 1 relève de la division-partition (valeur d'une part), le problème 5 correspond à une situation de division-quotition (nombre de parts).*

**Question 2**
**Intérêt de la résolution de problèmes variés.**

L'intérêt pédagogique est de permettre à des élèves de reconnaître des situations de partage équitable parmi d'autres et de ne pas reprendre sans recul ce qui vient d'être effectué en classe.
Cependant les élèves doivent lire et résoudre six problèmes. Une telle tâche va prendre beaucoup de temps. L'effet escompté risque de ne pas être atteint

**Question 3**
**Pertinence de la consigne.**

La consigne est « résous ces problèmes en utilisant des égalités ou des schémas »
La consigne propose deux cadres de travail : le cadre numérique et celui des schémas. En cela elle est pertinente car elle ouvre sur la possibilité de deux catégories de procédures pour les élèves. Elle permet aussi au professeur de savoir si, spontanément, les élèves vont utiliser des calculs ou des dessins.
Toutefois le terme « utiliser des égalités » est malheureux. Il donne l'impression que l'élève doit puiser dans un stock de faits numériques mémorisés alors qu'il doit effectuer des calculs.
De plus, « résoudre ces problèmes » suppose que les élèves les résolvent tous, ce qui va prendre beaucoup trop de temps.

[5] Il s'agit des catégories reprises par G.Vergnaud dans le cadre de son étude des structures multiplicatives. (cf Le Moniteur de mathématiques ed. Nathan).

**CONCLUSION : procédure experte, procédure personnelle.**

Cette fiche peut permettre une mise en œuvre de procédures variées pour la résolution d'un problème de partage (dénombrement, dessins réalistes, schémas, additions ou soustractions itérées, multiplications). Nous n'en favorisons aucune a priori.
La confrontation entre les diverses procédures permettra à terme, de mettre en évidence la plus grande pertinence de celles s'appuyant sur des calculs multiplicatifs et donc d'aller vers la mise en place d'une technique opératoire de la division euclidienne, solution experte pour cette catégorie de problèmes.

*Remarque :*
*Le rôle du professeur pour permettre cette évolution est décisif, en particulier au cours des phases d'institutionnalisation des connaissances découvertes par les élèves.*

***Remarques relative à ce volet :***

*Laisser croire qu'une fiche de manuel scolaire définit une activité est dangereux pour un futur professeur. Dans ce sujet on donne à penser que la partie A de la page du manuel définit une activité.*
*Le manuel ne dit pas si les élèves doivent par exemple :*
*- répondre aux questions du problème, puis communiquer leurs travaux dans une mise en commun organisée par le professeur, enfin répondre aux question figurant sous les productions d'élèves virtuels.*
*- ou bien répondre à toutes les questions sans intervention du professeur.*

*Ces deux organisations (entre lesquelles le professeur va choisir) ne définissent pas du tout la même activité.*
*Dans la première, l'élève étudie les trois productions en connaissant la solution et en ayant pris position par rapport à sa façon de faire, dans la seconde, que peut apprendre un élève, lui-même en délicatesse avec le problème, lorsqu'il doit valider ou invalider des travaux qui ne lui sont pas familiers ?*

# CRÉTEIL - PARIS - VERSAILLES -

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

Soit X la valeur en euro de l'action GRANDTIXE
Les données sont les suivantes :

| Date | 1^er^ Janvier | 1^er^ Juillet | Août |
|---|---|---|---|
| X | $X_0$<br>200 | $X_1$<br>Perte de 80% depuis le1^er^ Janvier | $X_2$<br>Reprise de 80% depuis le 1^er^ Juillet |

Une perte de 80 % ( $\frac{80}{100}$ .$X_0$ ) correspond à une nouvelle valeur $X_1$ égale à 20% de la valeur initiale $X_0$ , soit l'utilisation d'un coefficient multiplicatif de 0,2 :

$$X_0 – 0,8\ X_0 = 0,2\ X_0$$

Une reprise de 80% correspond à une augmentation de 80%, soit l'utilisation d'un coefficient multiplicatif de 1,8 à partir de la valeur précédente $X_1$ :

$$X_1 + 0,8\ X_1 = 1,8\ X_1$$

| Date | 1^er^ Janvier | 1^er^ Juillet | Août |
|---|---|---|---|
| X | 200 | 200 x 0,2 | (200 x 0,2) x 1,8 = 200 x 0,36 |
| X | 200 | 40 | 72 |

Du 1^er^ Janvier en Août la valeur s'est donc vue modifiée par un coefficient multiplicatif de 0,36.
**Ceci correspond à une perte de 64 % de sa valeur.**

**EXERCICE 2**

**Question 1**

Le solide ABCDEFGH[6] est un parallélépipède rectangle ce qui signifie que toutes ses faces sont rectangles et en particulier la face ABCD.
L'angle $\widehat{ABC}$ est donc droit et **le triangle ABC est un triangle rectangle en B.**

**Question 2**

Dans ce triangle rectangle en appliquant le théorème de Pythagore dont l'énoncé est le suivant - le carré de la longueur l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit - on obtient :

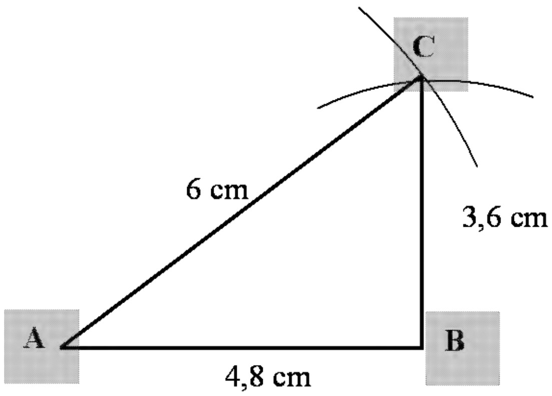
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ ( BC = AD comme côtés opposés d'un rectangle) et donc
$AC^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2$
$AC^2 = 23{,}04 + 12{,}96$
$AC^2 = 36$ donc **AC = 6 cm**

**Question 3**

<u>Solution 1 :</u>
Le tracé du triangle ABC est réalisé à l'aide d'une règle graduée (segments de longueurs données) et d'une équerre (tracé d'une perpendiculaire) :

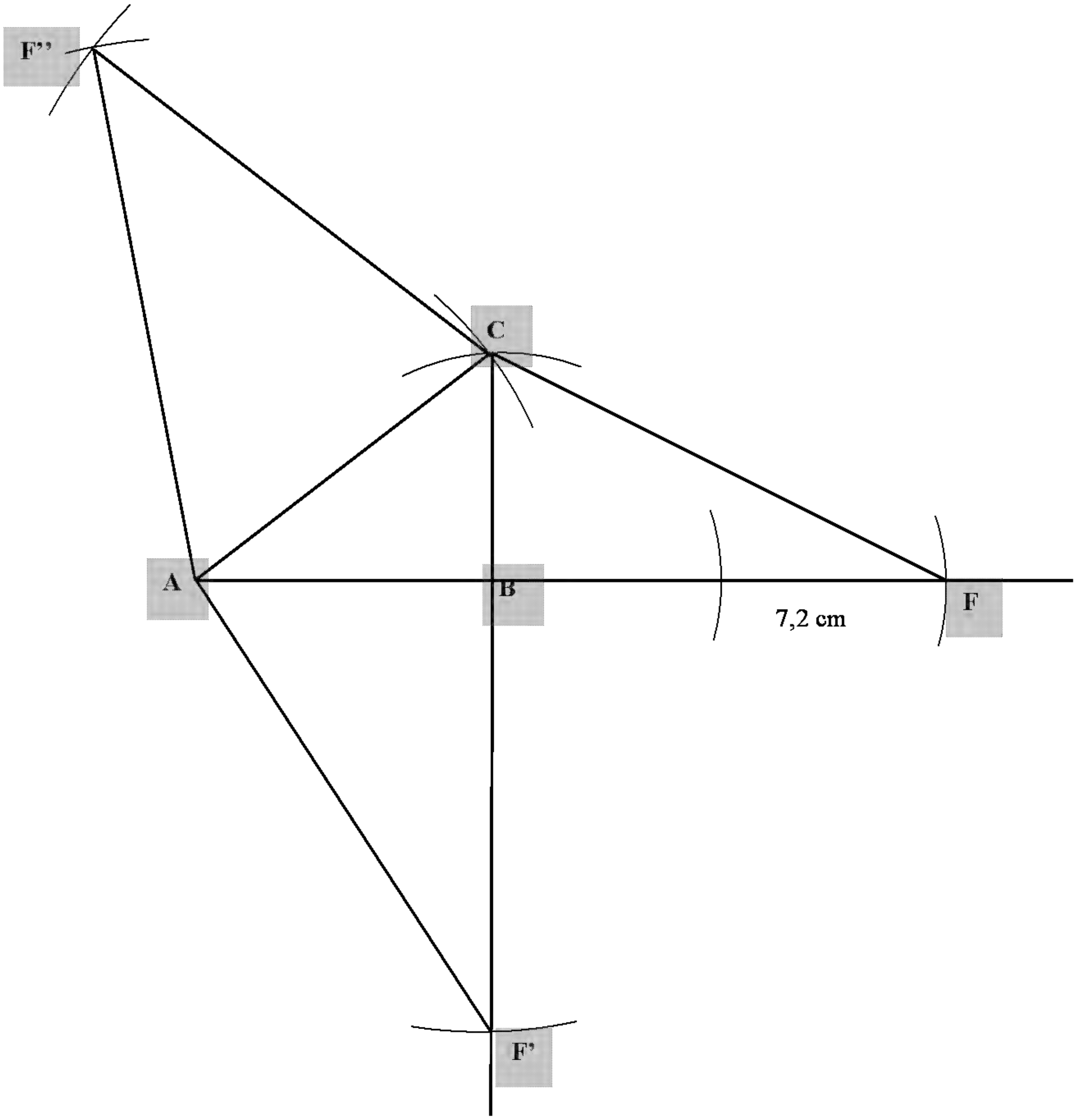
Tracé du segment [AB] de 4,8 cm, puis d'une demi droite perpendiculaire en B à ce segment sur laquelle on construit C tel que BC = 3,6 cm et enfin tracé du segment [AC].

<u>Solution 2 :</u>
Tracer un segment [AB] de longueur 4,8 cm, puis à l'aide du compas, tracer un arc de cercle de centre A et de rayon AC = 6 cm, tracer un arc de cercle de centre B et de rayon BC = 3,6 cm.




[6] La succession des lettres n'est pas conforme à la figure: il faut préférer ABCDHEFG où [DH] est une arête.

**Question 4**



Le patron de la pyramide FABC est réalisé à l'aide de l'équerre pour le tracé des perpendiculaires, de la règle graduée pour les tracés de segments de longueurs données et du compas pour le report de longueurs :
Il s'agit de construire les 4 faces de la pyramide à partir de la face ABC déjà réalisée.

La face BFC est un triangle rectangle en B, l'arête [BF] a pour longueur 7,2 cm (BF = AE) : il suffit donc de placer F à 7,2 cm de B sur la droite (AB) dans le demi-plan délimité par la droite (BC) et ne contenant pas A (à l'aide du compas, report de deux pour la longueur BC)

La face ABF est un triangle rectangle en B, l'arête [BF] sera formée des 2 segments [BF] et [BF'] isométriques : il suffit donc de reporter, à l'aide du compas, la longueur BF sur la droite (BC) dans le demi plan délimité par (AB ) et ne contenant pas C, à partir de B pour obtenir F'.

La face ACF s'obtient en construisant le triangle C A F'' à partir du segment [AC] déjà tracé.
La construction du point F'' se fait à l'aide du compas : report de CF '' = CF (les deux segments correspondants formeront l'arête [CF]) et de AF''= AF' . (les deux segments correspondants formeront l'arête [AF]) .

*<u>Remarque :</u>*
*Nous avons rédigé ce programme de construction, mais la question ne l'imposait pas.*

**Question 5**
*(Nous répondons aux deux questions a et b simultanément)*

**Questions 5a et 5b**

La formule du volume d'une pyramide est donnée : $V = \frac{Bh}{3}$

Prenons comme base de la pyramide FABC le triangle rectangle ABC, l'arête BF du parallélépipède est aussi une hauteur de la pyramide FABC ( (BF) est perpendiculaire au plan (ABC) )

Ainsi l'aire de la base est
$B = \frac{1}{2} \times AB \times BC$ (moitié de l'aire du rectangle ABCD)
et la longueur de la hauteur relative à cette base h = BF

d'où $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times BC \times BF$

$$V = \frac{1}{6} \times AB \times BC \times BF$$

Le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH est égal à AB x BC x BF. (produit des longueurs des 3 dimensions du parallélépipède rectangle)
Le volume de la pyramide FABC est bien le sixième du volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH. (réponse à la question b,).

$V = \frac{1}{6} \times AB \times BC \times BF$

$V = \frac{1}{6} \times 4,8 \times 3,6 \times 7,2$ soit $\boldsymbol{V = 20,736\ cm^3}$.

100 cl = 1 L, 1000 $cm^3$= 1 $dm^3$ , 1 $dm^3$ = 1L, donc 10 $cm^3$ = 1cl.

D'où **$V$ = 2,0736 cl.**

*<u>Remarque :</u>*
*La vérification n'est pas utile, étant entendu que l'expression littérale du volume de la pyramide fait apparaître le "$\frac{1}{6}$" du volume du parallélépipède.*

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

La réponse juste à l'exercice 15 de l'évaluation nationale en mathématiques à l'entrée en première année du cycle 3 est la suivante :

**C'est Claude qui a raison.**

En effet pour un achat de 17 € réalisé par Paul avec un billet de 50 € on lui rendra 33 €, ce qui correspond bien à la valeur représentée : 10 + 10 + 5 + 5 + 2 + 1 = 33 .

**Question 1**
**Elèves qui n'ont pas fait d'erreur.**

Seuls Kim et Maud proposent cette solution : ils ont donc raison.

**Question 2**

| *Elèves* | *Erreur* | *Raisonnement* |
|---|---|---|
| Paul[7] | Il propose Kamel : c'est faux.<br>Dans l'évaluation, pour cette réponse, on a représenté une somme de 17 euro au lieu des 33 euro de la bonne réponse. | **L'élève n'a pas compris le texte du problème**.<br>Il est capable de calculer la valeur de la somme en possession de Kamel (17 euro), **il l'interprète comme l'argent donné au marchand** pour l'achat et non comme l'argent rendu sur 50 euro. |
| Marc | Il ne propose pas de réponse. | Le cadre pour ses recherches contient deux calculs soustractifs posés en colonne. Le 17 peut provenir de l'énoncé (prix du livre) ou de la réponse de Kamel. Le 32 provient de la réponse de Loïc.<br>Ces deux calculs sont erronés ( dans les colonnes des unités 0 – 7 interprété comme 7 – 0 et 0 – 2 comme 2 - 0).<br>L'élève a sans doute calculé correctement les deux sommes d'argent de Kamel et de Loïc (17 et 32 euro) mais les deux soustractions 50 – 17 et 50 –32 montre une **incompréhension de la situation proposée**. |

[7] Il y a deux « Paul » dans l'analyse de travaux d'élèves : celui de l'exercice et celui dont on examine le travail.

**Question 3**
**Analyse des réponses des élèves qui ont raison.**

| *Elèves* | *Analyse* |
|---|---|
| Kim | Kim pose et effectue 3 calculs additifs corrects (technique opératoire classique de l'addition avec un trait intempestif entre le 17 et le 32 pour le dernier calcul).<br>Il cherche, dans les 3 cas, à retrouver la somme de 50 euro en ajoutant les 17 euro de l'achat aux propositions de sommes rendues des élèves fictifs de l'énoncé.<br>Il valide ainsi la proposition de Claude et invalide celles de Kamel et de Loïc.<br>**Sa justification est correctement exprimée.** |
| Maud | Maud considère que l'une des propositions de l'énoncé est correcte.<br>Elle discrimine en anticipant sur le chiffre des unités de la valeur de la somme rendue : il devra être 3 (chiffre des unités dans la soustraction 50 – 17). Seule la somme proposée par Claude convient.<br>**Sa justification est correcte si l'on admet l'hypothèse que l'une des réponses proposée est juste.** |

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**Question 1**
**Niveau de classe.**

Au vu des activités, il s'agit d'une deuxième ou troisième année du cycle trois dit « cycle des approfondissements ».
En effet, dans les deux manuels la notion abordée concerne la connaissance des nombres décimaux désignés par ses écritures fractionnaires et à virgule.
Cette **connaissance des nombres décimaux est programmée au cours des deux dernières années du cycle 3.**
Les écritures mettent en jeu, dans les 2 annexes, l'utilisation des millièmes.
Cette utilisation des millièmes est généralement réservée au niveau[8] $CM_2$, mais nous ne pouvons pas en être sûrs.

*<u>Remarque :</u>*
*Les tâches proposées dans l'annexe 2 sont plus faciles parce qu'accompagnées d'aides et de ce fait pourraient donc être réalisées par des élèves de CM1 ; méritent-elles le terme « d'activités » ?*

**Question 2**
**Objectifs.**

Annexe 2 (MAGNARD) : savoir utiliser un tableau de numération pour passer d'une écriture fractionnaire décimale à une écriture à virgule d'un nombre décimal.

*<u>Remarque :</u>*
*Dans les consignes « sous la forme décimale » signifie sous la forme d'une écriture à virgule : c'est un abus de langage courant.*

L'exercice 1 se limite aux dixièmes, l'exercice 2 aux centièmes et l'exercice 3 introduit les millièmes.

Annexe 3 (BELIN) :
savoir placer des nombres décimaux sur une graduation et les désigner par les deux écritures usuelles (fractionnaire décimale et à virgule).
Dans la partie a) on se limite aux dixièmes ; dans la partie b) on n'utilise que des centièmes, dans la partie c) l'élève utilisera des millièmes.
Découvrir qu'entre deux décimaux, on peut toujours intercaler au moins un nombre décimal .

[8] En fait le MAGNARD est un ouvrage de $CM_1$ (page 152, édition 1996)et le BELIN un ouvrage du $CM_2$ (chapitre 38, p 90, édition 2002) . Une maladresse voulue des concepteurs du sujet ?

Cela correspond aux compétences suivantes des programmes officiels (1995 et 2002) :

passer, pour un nombre décimal, d'une écriture à virgule à une écriture fractionnaire décimale (et réciproquement)

intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux.

**Question 3**
**Connaissances de l'élève pour aborder ces activités.**

*Remarque :*
*Nous interprétons aborder comme connaissances prérequises pour comprendre les tâches.*

Annexe 2 :
Savoir compléter un tableau de numération et savoir que la virgule se place après l'unité dans l'écriture à virgule d'un décimal.

*Remarques :*
*La tâche peut-être réalisée sans difficulté en utilisant la partie aide qui propose de compléter le tableau (la succession des chiffres écrits correspond à celle des cases du tableau et il y a un chiffre déjà placé) et dans ce cas, il n'y a donc pas de connaissances prérequises. Dans le manuel original, la tâche est encore plus facile à réaliser car : la virgule rouge est déjà placée, les dixièmes sont associés à un code de couleur bleue, les centièmes à un code de couleur rouge et les millièmes à un code de couleur verte.*
*Le tracé d'un segment [AB] de longueur 4 unités et 4 dixièmes n'est pas nécessaire à la réalisation de la tâche.*

Annexe 3 :
Comprendre la signification des dixièmes, centièmes et millièmes dans le cadre d'une graduation ce qui signifie :
savoir décomposer canoniquement un décimal sous forme de sommes.

$2,8 = 2 + 0,8$ $\qquad\qquad$ $3 + 0,9 = \frac{39}{10}$

$\frac{39}{10} = 3 + \frac{9}{10}$

savoir repérer des points placés sur des graduations de plus en plus fines à l'aide de nombres décimaux (écritures à virgule et écritures fractionnaires)

Le prérequis indispensable semble être la mesure des segments en utilisant le partage par dix de l'unité et le lien entre ces mesures et les nombres repères sur une graduation (ce qui sous entend la connaissance de cette signification de l'écriture de fractions décimales).

*Remarque :*

*Les exemples pourraient permettre de procéder par analogie sur les dixièmes et centièmes mais la dernière tâche concernant les millièmes s'avère plus difficile (pas d'exemple et choix laissé à l'élève.)*

**Question 4**
**Comparaison des approches.**

Dans les deux cas, il s'agit d'**assurer le passage entre les deux écritures conventionnelles des décimaux (écritures fractionnaires décimales et écritures à virgule)** mais les supports des activités sont différents.
L'annexe 2 fournit un outil d'aide à la réalisation des tâches : le tableau de numération.
L'annexe 3 propose des activités dans le cadre des graduations ce qui met en évidence l'intercalation des décimaux.

*<u>Remarques :</u>*
*Nous n'avons aucun détail sur la mise en œuvre de ces activités et sur les séquences qui les ont précédées ce qui ne nous permet pas d'envisager leur fonction principale.*
*S'agit-il d'une situation de construction d'une nouvelle connaissance ? ou d'une situation de consolidation ? (entraînement ou réinvestissement).*
*Les tâches de l'annexe 2 peuvent être réussies avec un apport minime du professeur (place de la virgule dans le tableau de numération), l'élève n'ayant guère d'initiative.*
*En fait, dans l'ouvrage, la virgule est déjà placée dans le tableau et le code couleur réduit encore les difficultés (noir pour la partie entière, rouge pour le chiffre des dixièmes, rouge pour celui des centièmes et vert pour celui des millièmes). Les tâches ne nécessitent aucune compréhension de la valeur des chiffres dans les écritures.*
*Les tâches de l'annexe 3 semblent nécessiter une plus grande réflexion quant à la compréhension des écritures par les élèves, mais cela est dépendant du scénario proposé par le professeur. Dans la partie c) l'élève a une liberté de choix de ses quatre nombres.*

**Question 5**
**Notion à introduire après l'annexe 3.**

*<u>Remarque :</u>*
*S'agit-il d'une nouvelle notion ? En général, ce terme est réservé à un objet mathématique. Toutefois, pour répondre à la question, nous avons décidé d'en élargir le sens.*
*Dans la réalité (chapitre 39 du manuel) le manuel propose de différencier, dans l'écrire à virgule, chiffre des dixièmes et nombre de dixièmes (respectivement unités, centièmes) et insiste sur les zéros parfois inutiles. Ceci ne constitue pas une nouvelle notion.*

Dans ces activités, proposées dans le cadre des graduations, la correspondance entre les écritures a été travaillée et les élèves ont également pu percevoir que l'intercalation d'un décimal entre 2 décimaux est toujours possible (on agrandit toujours), plusieurs pistes sont donc ouvertes pour introduire une nouvelle notion.

1**. La comparaison et l'ordre des décimaux** pourront être proposés en mettant en évidence l'existence d'un nouvel ordre qui n'est pas celui des entiers naturels. (Ici l'intercalation d'un décimal entre deux décimaux est toujours possible)

2**. La technique opératoire de l'addition** pourra être revue[9] car l'écriture à virgule est le bon format pour disposer les calculs et les écritures fractionnaires peuvent lui donner du sens dans le cadre des mesures de longueurs.

[9] Revue car peut-être déjà introduite au $CM_1$.

# DIJON, NANCY-METZ, REIMS, STASBOURG

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Question a**
**Généralisation.**

Regardons les exemples
- 65 = (**6** $\times$ 10) +5
- 145 = (**14** $\times$ 10) +5
- 1275 = (**127** $\times$ 10) +5

d'autre part, dans
- **6** $\times$ 7 $\times$100 +25 ; 6 et 7 sont consécutifs
- **14** $\times$ 15 $\times$100 + 25 ; 14 et 15 sont consécutifs
- **127** $\times$ 128 $\times$100 +25 ; 127 et 128 sont consécutifs

la formule peut donc se généraliser en :
$\mathbf{[(n \times 10) + 5]^2 = [n \times (n+1) \times 100] + 25}$

**Question b**
**Deux exemples.**

- Choisissons le nombre 45.

Pour le premier calcul, nous élevons au carré : 45² (1)
Pour le deuxième calcul, nous prenons le nombre composé des chiffres du nombre choisi privé du dernier, nous le multiplions par son successeur et par 100 et nous ajoutons 25. Ce qui donne : 4 $\times$ 5 $\times$ 100 + 25 (2)
Les deux expressions (1) et (2) sont égales à 2025
$\mathbf{45^2 = 2025}$ **et** $\mathbf{4 \times 5 \times 100 + 25 = 2025}$
- Choisissons le nombre 245.

Pour le premier calcul, nous élevons au carré : $245^2$ (1)
Pour le deuxième calcul, nous prenons le nombre composé des chiffres du nombre choisi privé du dernier, nous le multiplions par son, successeur et par 100 et nous ajoutons 25. Ce qui donne : $24 \times 25 \times 100 + 25$ (2)
Les deux expressions (1) et (2) sont égales à 60025
**$245^2 = 60025$ et $24 \times 25 \times 100 + 25 = 60025$**

**Question c**
**Démonstration.**

$[(n \times 10) + 5]^2 = (n \times 10)^2 + 2 \times 5 \times (n \times 10) + 5^2$ (développement du carré d'une somme)
$= n^2 \times 100 + n \times 100 + 5^2$ (développement et réduction)
$= (n^2 + n) \times 100 + 5^2$ (mise en facteur de 100)
$= n \times (n+1) \times 100 + 25$ (mise en facteur de n).
nous retrouvons bien l'expression du deuxième calcul.

**EXERCICE 2**

**Question 1a**
**Nature du triangle ABC.**

$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ et $100 = 10^2$
donc $6^2 + 8^2 = 10^2$
On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$
La relation de Pythagore étant vérifiée, en vertu de la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle est rectangle en A**.

**Question 1b**
**Calcul de AH.**

Aire(ABC) $= \frac{8 \times 6}{2}$ (en considérant le demi rectangle ACDB)
Aire(ABC) $= \frac{BC \times AH}{2} = \frac{10 \times AH}{2}$ (en prenant comme base [BC] et comme hauteur [AH])
On a donc $10 \times AH = 48$ d'où **AH = 4,8 cm**.

**Question 2a**
**Tracer le milieu I de [BC].**

On construit avec l'équerre le rectangle ABDC.
On sait que dans un rectangle les diagonales se coupent en leur milieu, donc (AD) coupe [BC] en son milieu **I**, d'où la construction.

*Remarque :*
*On trace des segments, des droites ou des cercles, mais on place des points, parfois à l'œil ou à l'aide d'une construction. Dans ce cas, on construit un point. Mais on ne trace pas un point.*

**Question 2b**
**Tracer le symétrique de A par rapport à la droite (BC).**

(BC) sera la médiatrice de [AA'], donc BA' = BA et CA'= CA.
On en déduit que A' appartient au cercle de centre B passant par A, ainsi qu'au cercle de centre C passant par A. On trace ces deux cercles, ils se coupent en deux points, l'un est A l'autre est A'.
*Remarque :*
*On ne trace pas un symétrique, mais on construit un symétrique.*

**Question 2c**
**Inscriptibilité de ABA'C dans un cercle.**

La symétrie axiale étant une isométrie, elle transforme le triangle rectangle ABC en le triangle rectangle A'BC.
On sait que le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour centre le milieu de son hypoténuse et pour diamètre cette même hypoténuse.
Le cercle circonscrit à ABC et le cercle circonscrit à A'BC ont donc tous les deux le même centre I et le même diamètre [BC]. C'est donc le même cercle. Les points A, B, A', C sont donc cocycliques.
**ABA'C est donc bien inscrit dans un cercle de centre I et de rayon IB**.

**Question 3**
**Nature de ABA'B'.**

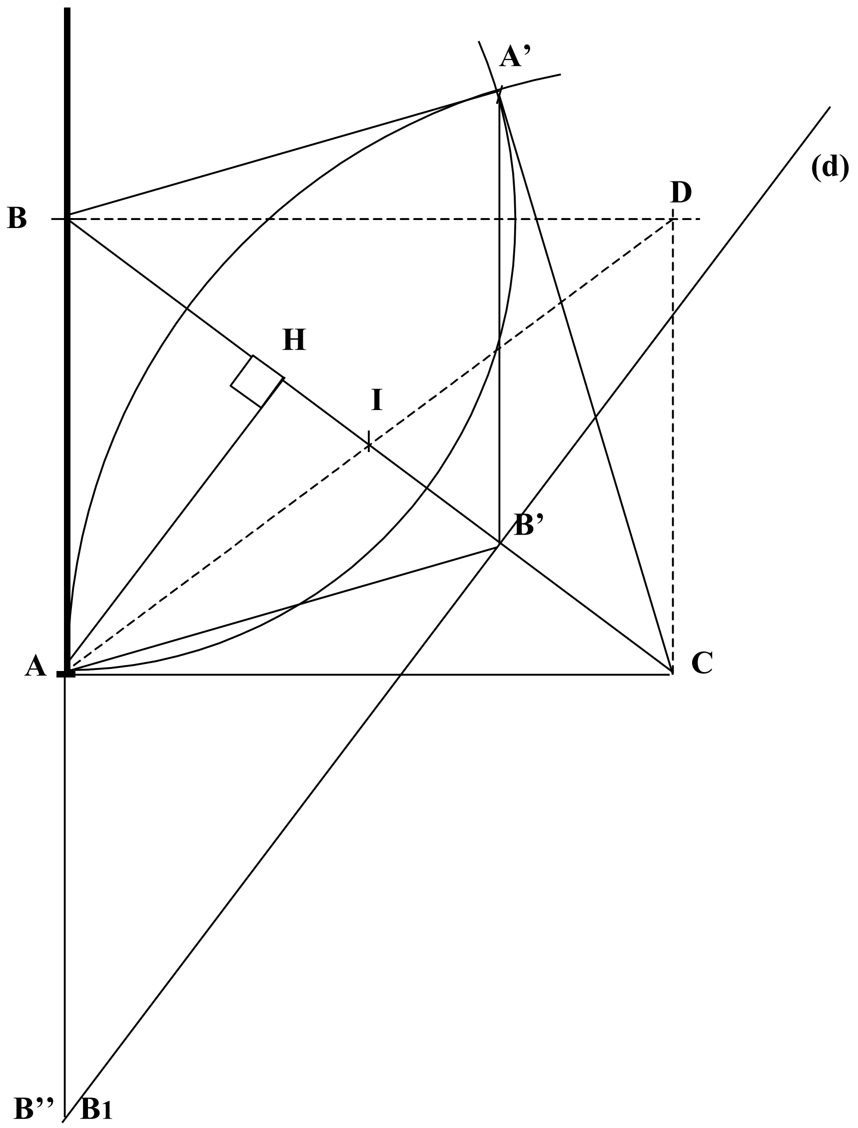
(BC) étant médiatrice de [AA'], H est le milieu de [AA'].
Par hypothèse, H est milieu de [BB'].
Le quadrilatère ABA'B' a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme.
Or A' est symétrique de A par rapport à (BC), donc AB = BA'.
Le parallélogramme ABA'B' ayant deux côtés consécutifs de même longueur,
**est donc un losange**.

*Remarque :*
*On pouvait aussi donner comme justification que les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.*

**Question 4**
**B'' appartient à (d).**

<u>Solution 1 :</u>
(d) étant perpendiculaire à (BC) est donc parallèle à (AH).
Soit $B_1$ l'intersection de (d) avec (BA).
D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité de rapports suivante : $\frac{BB_1}{BA} = \frac{BB'}{BH}$
Or par hypothèse, BB' = 2BH. Il en découle donc que $BB_1$ = 2BA
Or par hypothèse, B'' est également situé sur (BA) et vérifie BB'' = 2BA.
Ceci montre que B1 = B''.
**Donc B'' appartient bien à (d)**.

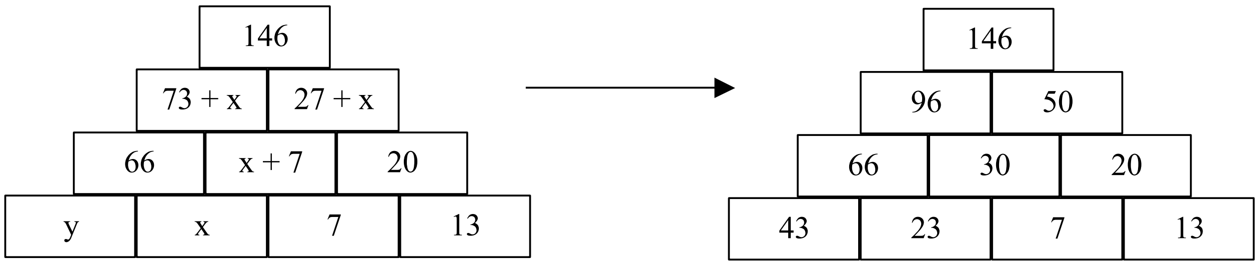
<u>Solution 2 :</u>
Comme AB = AB'' par définition de B'', et que AB = AB' d'après 3), le triangle BB'B''. est inscrit dans le cercle de diamètre [BB']. Il est donc rectangle en B'. Donc (BB') est perpendiculaire à (BC). Et donc **B'' appartient à (d)**



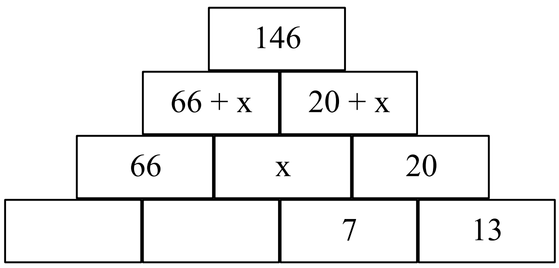
**EXERCICE 3**

Dans le mur de brique,

- 20 repose sur le nombre 13 et sur une brique inconnue. Cette brique inconnue a donc pour valeur 7.
- On désigne par y et x les deux autres nombres inconnus des deux cases de la rangée inférieure et dans cet ordre.
- on en déduit le contenu (x + 7) de la case centrale du deuxième étage, et les contenus des deux cases du troisième étage, à savoir 66 + (x+7) et (x+7) + 20 soit 73 + x à gauche et 27 + x à droite.
- D'où il résulte que 146 = (73 + x) + (27 + x) = 100 + 2x. D'où **x = 23 et y = 43.**




*<u>Remarque :</u>*
*On pouvait aussi partir de la case centrale et aboutir à une équation 2x+86 = 146 d'où se déduit x = 30 et trouver enfin les valeurs des cases inférieures :*



**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

**Question a**
**Deux compétences évaluées par l'exercice.**

Nous proposons des compétences issues du document d'application des programmes 2002 cycle 3 :

- Reconnaître de manière perceptive une figure plane et en donner son nom : ici le rectangle.
- Vérifier à l'aide de l'équerre que deux droites sont perpendiculaires,
- Vérifier à l'aide du compas ou d'un instrument de mesure que deux segments ont la même longueur.

En outre, cet exercice évalue une compétence qui n'est pas répertoriée sous cette forme dans les I.O. :

- Compétence de formulation : l'élève doit être capable de formuler la justification du fait qu'il s'agit d'un rectangle ce qui renvoie (tout de même) aux compétences ci-dessus.

**Question b**
**Degré de maîtrise de deux compétences.**

Pour des raisons de rédaction, nous avons décidé de regrouper les trois premières compétences en une seule. La deuxième relevant de la formulation.

| | Compétence<br>« Perceptif » ou « instrumenté » | Compétence<br>« formulation » |
|---|---|---|
| Elève A | Il ne reconnaît pas un rectangle. Vraisemblablement, « A » s'en tient, pour cet exercice, à la perception. Cette perception est erronée : il considère que tout parallélogramme est un rectangle.<br>**Il ne maîtrise pas la compétence perceptive. On ne peut rien conclure à propos des compétences instrumentées.**<br>*La réponse concernant A est incorrecte.* | « Côtés sont droites » peut être interprété comme « parallèle deux à deux ». « Pas comme les autres » peut être interprété comme le non parallélisme de deux des côtés.<br>Il ne met pas en œuvre le vocabulaire mathématique parallélisme et orthogonalité).<br>**En terme de degré de maîtrise de cette compétence, nous pouvons dire que ces formulations sont maladroites et mal argumentées.** |
| Elève B | Il semble reconnaître implicitement un rectangle comme étant un parallélogramme possédant un angle droit.<br>« B » utilise le contrôle par le mesurage pour les figures B et C. Pour les figures A et B, il contrôle | « Penché » signifie angle non droit, « mesures pareilles » signifie mesures égales. Il ne met pas, non plus, en œuvre le vocabulaire mathématique attendu. Il faut "traduire" sa pensée pour les réponses A et C. |

| | | |
|---|---|---|
| | l'angle droit de façon perceptive. **Il maîtrise bien cette double compétence.** *Ses réponses sont correctes.* | **En terme de degré de maîtrise de cette compétence, nous pouvons dire que ces formulations sont maladroites.** |
| Elève C | Il reconnaît un rectangle. Il est pertinent dans ses observations. Il semble avoir utilisé des outils: équerre ("pas d'angle droit") et règle graduée ("4,2 cm et 3,1 cm") **« C » maîtrise bien cette double compétence.** *Ses réponses sont correctes.* | Il justifie ses réponses de manière complète. **En terme de degré de maîtrise de cette compétence, les formulations sont correctes.** Toutefois, l'argumentation liée à la figure B est surabondante (effet de contrat). L'argument des quatre angles droits suffit. *La définition minimale n'est pas utilisée, mais ce n'est pas une compétence attendue en cycle 3.* |
| Elève D | Il reconnaît un rectangle. Il semble avoir utilisé des outils ("les parallèles ne sont pas de la même longueur"). **« D » maîtrise bien cette double compétence.** *Ses réponses sont correctes* | Il n'utilise pas le bon vocabulaire pour parler de droites perpendiculaires, d'angle droit ou de parallèles. « Les parallèles ne sont pas droites » peut être interprété par « elles ne sont pas perpendiculaires aux deux autres côtés » vu la réponse à la figure B. « Les parallèles ne sont pas égaux » signifie l'égalité des deux mesures de côtés opposés : **Ses formulation sont incorrectes.** |

Remarque :
Les élèves C et D semblent avoir voulu préciser que les deux dimensions du rectangle sont différentes, cette condition leur apparaissant nécessaire pour que l'on puisse parler de rectangle. Ils semblent ne pas admettre qu'un carré est un rectangle.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**Question 1a**
**Compétences communes.**

Les compétences communes, issues des programmes de mathématiques cycle 3. février 2002 sont :
**« - utiliser ses connaissances pour traiter des problèmes ;** […]
- mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution ;
**- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit […] ;**
(- contrôler […] la pertinence ou la vraisemblance d'une solution ; […]
- argumenter à propos de la validité d'une solution.) »

Chacune des compétences ici rappelées s'applique assez bien à la situation.

*Remarque :*
*Les deux dernières compétences ne sont pas vraiment sollicitées au cours des problèmes proposés aux élèves car cela dépend essentiellement de la mise en œuvre choisie par le professeur. Nous n'en avons aucune idée.*

**Question 1b**
**Compétence supplémentaire pour les exercices.**

En dehors des compétences communes précédemment énoncées, chacun des problèmes se caractérise par au moins une compétence supplémentaire.

Exercice 1 :
Il demande **des compétences en calcul et en particulier en calculs multiplicatifs.** Au cours de la deuxième partie de l'exercice, l'élève devra être capable de faire des essais et de conclure en leur validité.

*Remarque :*
*Pourquoi retenons-nous les calculs multiplicatifs ? C'est parce que cette compétence est spécifiquement travaillée au cycle 3, alors que les calculs additifs sont des acquis de cycle 2.*

Exercice 2 :
La première question demande de **savoir résoudre une situation de division-quotition.** (Combien de groupes de deux élèves dans une classe de 28 élèves ? Cela permettra de trouver le nombre de manuels de sciences destinés aux élèves et donc en ajoutant celui du maître, le nombre total de livres de sciences dans la classe). La deuxième question demande en outre une capacité à bien se représenter la situation à partir de la lecture d'informations.
*Remarque :*

*La capacité a bien se représenter la situation est nécessaire à la résolution de tous les problèmes proposés à l'élève.*

<u>Exercice 3 :</u>
Une des compétences sollicitées est **la résolution d'une situation de type soustractif** (question 2 : nombre de chambres doubles ?). Cependant, nous notons en outre une compétence à trier des informations nécessaires pour répondre à la question 1 (8 minutes, 48 places de parking sont des informations inutiles)

<u>Exercice 4 :</u>
Une compétence spécifique pour résoudre ce problème est **de connaître la succession des mois de l'année de septembre à juin** afin de dénombrer le nombre de mois de la période.

*<u>Remarque :</u>*
*Il s'agit d'une compétence de fin de cycle 2 : « connaître les jours de la semaine et les mois de l'année. »*

<u>Exercice 5 :</u>
Cet exercice suppose une compétence particulière : celle de **procéder par essais et réajustements** pour décomposer 900 en une somme de six nombres égaux à 100 ou 200. Ou celle de balayer tous les cas possibles pour trouver la solution du problème. (Essayer 6 paquets de 100, puis 5 paquets de 100 et 1 paquet de 200, puis 4 paquets de 100, etc.)

**Question 2** : cette question concerne l'exercice 4.

**Question 2a**
**Deux erreurs de types différents…**

- Erreurs de compréhension du texte
- La première erreur à laquelle on pense est l'utilisation de l'information inutile concernant le prix du timbre. L'élève, percevant la structure multiplicative du problème, pourrait par exemple multiplier les deux nombres qu'il voit dans l'énoncé, d'autant que le deuxième nombre dont on a besoin n'est pas apparent dans l'énoncé mais doit être déduit du texte.
- La deuxième erreur (mais en est-ce une ?) est une mauvaise interprétation de la situation consistant à comprendre qu'il n'y a chaque mois qu'une lettre pour toute la classe (ce qui peut fort bien se pratiquer dans certaines classes !)

- Erreurs de calcul (dans 26 x 10)

- Erreur de dénombrement sur les mois ou sur le dénombrement de juin à septembre.

<u>Remarque :</u>
*Nous avons cité plus de deux erreurs. Le lecteur pourra ainsi faire son choix.*

**Question 2b**
**Les effets de l'aide…**

♦ L'aide 1 semble faite pour faciliter le dénombrement des « mois utiles ». Si l'élève a mal lu le texte, il risque néanmoins de se tromper en comptabilisant tous les mois de l'année. Elle peut faciliter le dénombrement ou au contraire induire un mauvais dénombrement de juin à septembre (quatre mois).

*Remarque :*
*Il existe toutefois des calendriers spécifiques à l'année scolaire des enseignants. Ceux-ci débutent au mois de septembre et se terminent en août de l'année suivante. Son usage serait donc plus facilitant.*

♦ L'aide 2 est destinée à former une meilleure représentation du problème. Nous ne sommes pas certains que cette aide soit efficace pour tous les élèves notamment pour les mauvais lecteurs. La première et la troisième sont en particulier discutables car elles peuvent semer des doutes inutiles.

**Question 2c**
**Reformulation…**
L'ambiguïté reposant sur l'expression «écrivent une lettre à leur correspondant chaque mois », on peut préciser « écrivent chacun une lettre … »

**Question 3a**
**Traduction mathématique.**

Chercher le ou les couples d'entiers (n,p) tels que

$$\begin{cases} n + 2p = 9 & (1) \\ n + p = 6 & (2) \end{cases}$$

Le raisonnement est alors conduit sur des centaines de feuilles
Ou bien :

$$\begin{cases} (n \times 100) + (p \times 200) = 900 \\ n + p = 6. \end{cases}$$

*Remarque :*
*La solution mathématique est non demandée. Mais nous pouvons facilement résoudre ce système en soustrayant à l'équation (1) l'équation (2). On obtient alors :*

$$\begin{cases} P = 3 \\ n + p = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 3. \\ n = 3 \end{cases}$$

**Question 3b**
**Résolution par élève cycle 3.**

- Il peut faire un raisonnement de type « tâtonnement » » organisé, celui-ci pouvant être assimilé à un algorithme, c'est à dire en effectuant la recherche selon les valeurs croissantes de n = 1 à n = 3 qui lui permettra d'obtenir la bonne solution. Nous supposons dans ce cas que l'élève gardera la contrainte n + p = 6.
- Il peut faire un raisonnement de type « essais-ajustement » en remplaçant un paquet de 100 feuilles par un paquet de 200 feuilles pour augmenter la somme de feuilles de 100 ou en remplaçant un paquet de 200 par un paquet de 100 pour diminuer la somme de 100.

**Question 3c**
**Difficulté spécifique.**

Le premier problème comme le cinquième sont deux problèmes à deux inconnues (nombre d'adultes et nombre d'enfants ; nombre de paquets de 100 feuilles et nombre de paquets de 200 feuilles). La difficulté spécifique du cinquième est qu'il faut respecter deux contraintes : nombre de paquets et nombre de feuilles. Le premier problème ne peut se résoudre que par tâtonnement alors que pour le cinquième problème un expert le résout par un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Quant aux autres problèmes, chaque question ne comporte qu'une inconnue.

**Question 3d**
**Aide pour l'exercice.**

- Premier type d'aide permettant de mieux comprendre la situation (cf aide 2 de la question 2) :

Réponds par Vrai ou faux.

| | | |
|---|---|---|
| On te demande combien de feuilles va recevoir chaque classe | V | F |
| Les 6 paquets sont tous des paquets de 100 feuilles | V | F |
| La directrice reçoit bien 900 feuilles en tout | V | F |

*Etc..*

- Deuxième type d'aide permettant d'amorcer une stratégie d'énumération des cas possibles (de résolution de type algorithmique) :

- Essaie avec un paquet de 100 feuilles et cinq paquets de 200 feuilles (tu as bien les six paquets de feuilles)
- Si ce n'est pas la solution, poursuis les essais.

- Troisième type d'aide permettant d'amorcer une stratégie de résolution de type « essais-ajustements » :
  - Si dans tes calculs, tu as déjà un total de six paquets de feuilles et que tu remplaces un paquet de 100 par un paquet de 200, tu as 100 feuilles de plus.

*<u>Remarque :</u>*
*Ces deux types d'aide ne sont pas suggérés par la question posée au candidat. Cependant ils sont en rapport direct avec le problème spécifique posé.*

**Question 3e**
**Problème pour élève en difficulté.**

♦ Problème : « 6 enfants jouent ensemble aux petites voitures. Les filles ont apporté une seule voiture, les garçons en ont apporté deux. Ils comptent combien ils en ont en tout : ils en ont 9.
Combien y a-t-il de filles, combien de garçons ? »

♦ Autre problème : dans mon porte-monnaie, j'ai 9 €. Je n'ai que des pièces de 1 € et de 2 €. J'ai 6 pièces. Combien est-ce que je possède de pièces de chaque sorte ?

Dans le premier problème, on peut manipuler avec des voitures miniatures, et dans l'autre avec des pièces.

# GRENOBLE

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIÈRE ÉPREUVE (8 POINTS)
### MAÎTRISE DE CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Question 1 a**

Le premier cycliste parcourt l'aller (20 km) à la vitesse de 40km/h et le retour à celle de 10 km/h.

<u>Méthode 1 :</u>
Selon la formule distance = vitesse x temps, on obtient
si $t_1$ est le temps de l'aller et $t_2$ celui du retour,
$20 = 40\,t_1$ et $20 = 10t_2$
donc $t_1 = 0,5$ et $t_2 = 2$
**Le premier cycliste fait l'aller en une demi-heure et le retour en deux heures.**

<u>Méthode 2 :</u>
Il fait l'aller 4 fois plus vite que le retour. On calcule la durée de l'aller et on déduit celle du retour.

**Question 1 b**

Le second cycliste parcourt 40 km en deux heures et trente minutes.
vitesse = distance / temps, donc $v = \dfrac{40}{2,5}$
**Sa vitesse est donc 16 km/h** .

**Question 2**

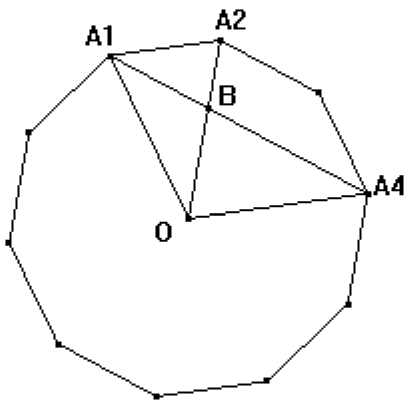
Soit d la distance de A à B, v la vitesse à l'aller et w celle au retour du premier cycliste, x celle du second cycliste (à l'aller comme au retour).
On a : $d = vt_1 = wt_2$ et $2d = x\,(t_1+t_2)$

Il vient : $2d = x\left(\frac{d}{v}+\frac{d}{w}\right)$

soit $2 = x\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{w}\right)$

**soit** $\mathbf{x = \frac{2vw}{v+w}}$

**EXERCICE 2**




**Question 1**

Dans le triangle $OA_1A_2$

$\widehat{A_1OA_2}$ est l'angle au centre dans le décagone régulier convexe. Il mesure donc le dixième de 360°, soit 36°.
En considérant le triangle isocèle $OA_1A_2$ (car $OA_1 = OA_2 = R$), on trouve la mesure de l'angle $\widehat{OA_1A_2}$ : (180 - 36) : 2 = 72°
De même l'angle $\widehat{OA_2A_1}$ mesure aussi 72°.

Dans le triangle $OA_1A_4$

Les angles $\widehat{OA_1A_4}$ et $\widehat{OA_4A_1}$ sont des angles du triangle isocèle $OA_4A_1$ (car $OA_1 = OA_4 = R$).
Or l'angle $\widehat{A_1OA_4}$ mesure 3 x 36°, soit 108°.
Ils mesurent donc 36° car (180-108) : 2 = 36°

**Question 2**

Dans le triangle $OA_1B$

L'angle $\widehat{OA_1B}$ est aussi l'angle $\widehat{OA_1A_4}$ ; il mesure donc 36°.
L'angle $\widehat{A_1OB}$ est aussi l'angle $\widehat{A_1OA_2}$ ; il mesure donc 36°.
D'où l'angle $\widehat{A_1BO}$ qui mesure 180 – 2 x 36, soit 108°.

Dans le triangle $OBA_4$

Des mêmes raisonnements conduisent à trouver pour les angles du triangle $OBA_4$ les mesures suivantes : $\widehat{OBA_4} = 72°$  $\widehat{BOA_4} = 72°$  $\widehat{OA_4B} = 36°$

<u>Dans le triangle $BA_1A_2$</u>
L'angle $\widehat{OA_2\,A_1}$ égal à $\widehat{OA_1\,A_2}$ (72°). L'angle $\widehat{A_1BA_2}$ mesure 72° comme $\widehat{OBA_4}$ (angles opposés par le sommet).
L'angle $\widehat{BA_1A_2}$ est le troisième angle du triangle isocèle B $A_1$ $A_2$: il mesure donc 36°.

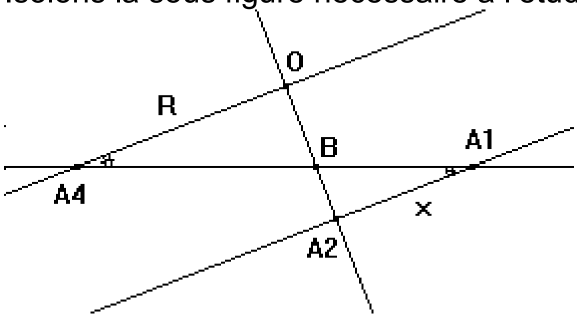
**Question 3**

Le triangle $OA_1B$ est isocèle en B car il a deux angles de même mesure 36°,
donc $OB = BA_1$.
De même le triangle $BA_1A_2$ est isocèle en $A_1$ et donc $BA_1 = A_1A_2$
**L'égalité des trois longueurs OB, $BA_1$ et $A_1A_2$ est donc prouvée.**

Si $A_1\,A_2 = x$ et $A_1\,A_4 = y$,
$y - x = A_1\,A_4 - A_1\,A_2 = (A_1B + BA_4) - BA_1 = BA_4 = R$ (en effet, B appartient à $[A_1A_4]$
On trouve bien **$y - x = R$.**

**Question 4**

Isolons la sous figure nécessaire à l'étude.




Les droites $(OA_4)$ et $(A_1A_2)$ sont parallèles car les angles alternes internes ($\widehat{\quad}$,$BA_4O$ et $\widehat{\quad}$,$BA_1A_2$) déterminés par la sécante $(A_1\,A_4)$ sont égaux à 36°.
Les deux sécantes $(A_1A_4)$ et $(OA_2)$ coupant les deux parallèles $(OA_4)$ et $(A_1A_2)$ déterminent une configuration de Thalès : les triangles sont donc semblables, les longueurs des côtés sont donc proportionnelles.

Donc $\dfrac{A_1A_2}{OA_4} = \dfrac{BA_2}{BO}$

Donc $\dfrac{x}{R} = \dfrac{R-x}{x}$

On obtient
$x^2 = R^2 - Rx$   soit  $x\,(x + R) = R^2$   soit   **$xy = R^2$**, d'où : **$\sqrt{xy} = R$**

**DEUXIÈME ÉPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

**Question 1 a**

Pour l'exercice 12, l'élève Enzo range dans l'ordre inverse de celui demandé.
*Il maîtrise donc l'ordre des nombres, mais ne respecte pas la consigne à la lettre.*

**Question 1 b**

Hypothèses explicatives pour l'échec d'Enzo à l'exercice 12 :
- il interprète mal la consigne du plus petit au plus grand ;
- il ne sait pas lire le symbole < ;
- il confond les symboles > et < ;

il a repéré le plus petit nombre 0,22 qu'il a immédiatement placé à droite par analogie avec la liste donnée de nombres, et il a ensuite rangé les autres nombres.

**Question 1 c**

Par contre il réussit à l'exercice 13 car il maîtrise l'ordre et cet exercice ne demande pas la lecture du symbole <. Ici il n' y a pas à interpréter la consigne du plus petit au plus grand car les cinq nombres donnés sont déjà placés.

**Question 2 a**

Nadia et Thomas placent mal le seul entier. Les décimaux non entiers sont bien rangés entre eux.

**Question 2 b**

Ils ne considèrent sans doute pas les entiers comme des décimaux particuliers. Les nombres sont perçus uniquement par leur écriture la plus usuelle (entiers écrits sans virgule).

**Question 3 a**

Quelques raisons expliquant le faible taux de réussite :
il y a plusieurs comparaisons à effectuer ;
le nombre à intercaler a un seul chiffre après la virgule et il est à placer entre deux nombres à deux chiffres après la virgule
le nombre à intercaler a un seul chiffre après la virgule et il est à placer après un nombre avec un 0 comme premier chiffre dans la partie décimale ;
tous les nombres sauf un ont ici la même partie entière.

**Question 3 b**

L'erreur est fréquente car elle peut être la conséquence de plusieurs théorèmes en acte[10] :
- un nombre décimal est considéré comme deux entiers juxtaposés et l'élève conclut 3,1 < 3,07 car 1<7 ;
- deux décimaux de même partie entière sont rangés dans le même ordre que le nombre de chiffres de la partie décimale ;
- les nombres décimaux sont réduits aux nombres avec un chiffre après la virgule et 3,1 suit immédiatement 3 comme la graduation 3,1 suit la graduation 3 sur le double décimètre.
- Les décimaux sont traités comme des entiers (on ne s'occupe pas de la virgule). On a alors 3 < 31 < 307 alors que 315 < 31 < 34 ne marche pas.

[10] On appelle « théorème en acte » (G. Vergnaud) une forme de connaissance (théorème, règle d'action,…) erronée du point de vue de l'enseignant, et que l'élève fait fonctionner implicitement. Celle-ci a, en général, un domaine d'efficacité, ce qui tend à la conforter chez l'élève.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**Question 1**

Dans le document B1, il s'agit d'associer une disposition en quadrillage à une écriture de type n x p en exhibant des exemples.
Dans les documents C1 et C2, il s'agit par un problème de donner du sens à une écriture d'additions réitérées : 4 + 4 + 4 comme nombre de jetons dans 3 enveloppes de 4 jetons chacune.
Dans le document D1, le signe x est introduit dans une situation d'addition réitérée associée à un quadrillage par réorganisation d'une collection.

**Question 2 a**

Pour les documents B,
ces deux approches sont présentes simultanément dans le document B3 : il est demandé explicitement de convertir une écriture multiplicative, obtenue comme nombre d'objets d'un quadrillage, en une écriture additive.

Pour les documents D,
ces deux approches sont présentes simultanément dans le document D1 dans le paragraphe « Observe » : une collection de 4 groupes de 3 enfants (codée additivement) est réorganisée en 4 colonnes de 3 ou 3 lignes de 4 (codée multiplicativement).

**Question 2 b**

Dans les deux documents le signe x est introduit pour organiser le nombre d'objets d'un quadrillage, l'addition itérée intervient pour le calcul des produits.

**Question 3**

Le quadrillage permet d'illustrer la commutativité de la multiplication et la distributivité de la multiplication sur l'addition.
L'addition réitérée permet de calculer des produits sans connaître de technique opératoire spécifique de multiplication.
Elle permet aussi d'appuyer l'introduction des problèmes multiplicatifs sur les problèmes de réunion de collection déjà familier des élèves.

**Question 4**

Voici quelques exemples sur la situation 3 enveloppes de 4 jetons :
- des procédures dessinées :
dessin des enveloppes sans jetons visibles : l'élève compte de 4 en 4 (en comptant de 2 en 2) en s'appuyant sur le parcours des enveloppes ;
dessin des enveloppes avec les jetons visibles : l'élève compte les jetons de 1 en 1 ;
- des procédures de comptage sans dessin : l'élève compte de 4 en 4 (en comptant de 2 en 2) en s'aidant de ses doigts pour le nombre d'enveloppes ;
- des procédures de calcul :
écriture d'additions successives : 4 + 4 = 8     8 + 4 = 12
écriture de l'addition réitérée : 4 + 4 + 4  et calcul éventuel par un arbre de calcul….
*La variété des procédures est liée aux nombres en présence.*

**Question 5 a**

Les exercices  de l'annexe D3 portent sur distributivité de la multiplication sur l'addition.

**Question 5 b**

Cette propriété est en effet nécessaire à la construction de la technique opératoire de la multiplication : 12 x 7 = 10 x 7 + 2 x 7 = 70 + 14 = 84.

**Question 5 c**

La propriété implicitement mise en œuvre peut être l'associativité de la multiplication :
6 x 20 = 6 x (2 x 10) = (6 x 2) x 10 = 12 x 10.
6 fois 20, c'est 6 fois 2 dizaines, donc 12 dizaines.

*Mais l'élève peut aussi calculer ainsi : 20 + 20 + 20 …= 120 en s'appuyant sur la quadrillage fourni.*

**Question 6 a**

Le dialogue met en avant l'intérêt :
- de remplacer une addition réitérée par une écriture multiplicative à deux termes ;
- de prendre le temps de choisir, pour le calcul d'un produit de deux termes, le « meilleur terme » à itérer.

**Question 6 b**

L'addition itérée du nombre 2 (8 fois et 21 fois) est plus rapide sous la forme 8 + 8 ou 21 + 21.
L'addition itérée de 10 fois le nombre 7 est plus rapide sous la forme 7 x 10 , calculé comme 7 dizaines (10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10).
Par contre, les additions itérées de 4 fois ou de 7 fois le nombre 10 ne nécessitent pas de réécriture avant calcul.

# GUYANE

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Question 1 a**

Méthode 1 :
Paul peut rencontrer seulement les trains qui partent de B avant son arrivée en B (avant 15h) et qui arriveront en A après son départ de A (après 9h).
Si Paul part à 9h de A, le premier train qu'il rencontre est parti à 3h10min de B et arrive en A à 9h10min.
Le dernier train qu'il rencontre est parti à 14h10min de B.
Il s'agit de compter combien il y a de nombres entiers entre 3 et 14, bornes comprises. Cela donne 14 – 3 + 1 = 12 .
En définitive il rencontre **12 trains** dont les heures de départ sont :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3h10min | 4h10min | 5h10min | 6h10min | 7h10min | 8h10min |
| 9h10min | 10h10min | 11h10min | 12h10min | 13h10min | 14h10min |

Méthode 2 :
Paul reste en chemin de 9 heures à 15 heures
Il croise les trains qui partent de B avant 15 heures et qui arrivent en A après 9 heures.
Soit x un nombre entier d'heures. Les départs de B se font à l'heure : $x + \frac{1}{6}$

L'affirmation précédente s'écrit : $x + \frac{1}{6} < 15$ et $x + \frac{1}{6} + 6 > 9$

soit $3 < x + \frac{1}{6} < 15$

Parce que ce sont des entiers, les solutions sont donc les entiers supérieurs ou égaux à 3 et inférieurs ou égaux à 14.
Il en y a exactement 12 soit 12 solutions (en effet il y a 14 – 3 + 1 solutions).

*Remarque :*
*Un candidat curieux ou soucieux de vérifier son résultat peut chercher à calculer à quelle heure se font les rencontres.*
*A 9h au moment du départ de Paul, le train parti à 3h10min de B se trouve à 10min de l'arrivée en A. Comme les deux trains vont à la même vitesse en sens contraire, ils vont faire chacun la moitié de la distance qui les sépare en 5min. La première rencontre a donc lieu à 9h05min.*
*Le train suivant que Paul va rencontrer est parti une heure plus tard donc la nouvelle rencontre va se faire une demi-heure plus tard puisque les trains roulent à la même vitesse en sens contraire soit à 9h35min et ainsi de suite toutes les demi-heures.*
*Les instants de rencontre seront donc :*
*9h05min 9h35min 10h05min 10h35min 11h05min 11h35min*
*12h05min 12h35min 13h05min 13h35min 14h05min 14h35min*

*Un calcul algébrique peut donner le même résultat . Soit :*
*A l'origine des espaces,*
*9h l'origine des temps,*
*t la durée écoulée entre 9h et l'instant de la rencontre,*
*v la vitesse des trains,*
*d la distance AB.*
*3h 10min = 9h – 5h – 50min et de façon générale l'heure de départ des trains de B s'écrit (9 – k – 5/6) avec k qui prend différentes valeurs entières, la fraction 5/6 se substituant à 50 min car la durée est exprimée en heures dans son ensemble.*
*D'où l'équation :*

$$vt = d - v(t + k + \frac{5}{6})$$

$$t = \frac{d}{v} - (t + k + \frac{5}{6})$$

$$t = 6 - t - k - \frac{5}{6}$$

$$2t = 6 - k - \frac{5}{6}$$

$$0 \leq 2t \leq 12$$

$$0 \leq 6 - k - \frac{5}{6} \leq 12$$

*k prend donc toutes les valeurs entières entre (–6) et 5 ( -6 $\leq$ k $\leq$ 5) ce qui donne 12 valeurs de k et permet de calculer les 12 instants de rencontre.*

**Question 1 b**

Les rencontres ne peuvent se faire qu'entre 9h et 15h.
Le train qui part à 9h de A va rencontrer 12 trains.
Le train qui part à 10h de A va rencontrer 10 trains car il rencontrera les mêmes trains que le précédent sauf
celui qui est parti à 3h10min de B et qui arrive à 9h10min en A,

celui qui est parti à 14h10 de B car à 15h il n'aura roulé que 50 min. vers A : or le train parti à 10h de A se trouvera encore à 1h de l'arrivée en B.
Le train qui part à 11h de A va rencontrer 8 trains et ainsi de suite jusqu'au train qui part à 14h de A.
Le nombre de croisements entre 9h et 15h sera donc de **42** :
12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 42

*Remarque :*
*Comme précédemment , le candidat soucieux de contrôler son résultat peut écrire explicitement les heures de rencontre entre le train parti à 10H de A et les autres trains partis de B entre 4h10 et 13h10.*
*La première rencontre a lieu 5min après le départ du train de 10H avec celui de 4H10 qui sera à10min de A à 10h , puis toutes les demi-heures :*
*10h05min 10h35min 11h05min 11h35min 12h05min*
*12h35min 13h05min 13h35min 14h05min 14h35min*
*On vérifie bien que la dernière rencontre a lieu quand le train parti de A à 10H a roulé 4h35 alors que celui parti de B à 13h10 a roulé 1h25.*

*Le calcul avec les équations peut être fait à nouveau avec un train partant de A à 10h et en prenant 10h comme origine des temps.*
*Le trajet auquel on s'intéresse va durer de 10h à 15h donc 5h.*
*La condition devient : $0 \leq 2t \leq 10$*
*ce qui donne 10 valeurs de k (et non 12) comprises entre (-4) et 5.*
*Et ainsi de suite. Chaque fois, le nombre de valeurs possibles de k diminue de 2.*
*Les équations permettent de calculer les instants de toutes les rencontres.*

**Question 2 a**
n est un nombre entier non nul.

Méthode 1
Si le trajet dure n heures, le premier train que Paul va rencontrer sera parti de B à 9h – n h + 10min et le dernier train sera partie de B à 9h + (n-1)h + 10min
Paul va donc rencontrer 2n trains.

Méthode 2
Paul reste en chemin de 9 heures à (9 + n) heures.
Il croise les trains qui partent de B avant (9 + n) heures et qui arrivent en A après 9 heures.
Soit x un nombre entier d'heures. Les départs de B se font à l'heure : $x + \frac{1}{6}$
L'affirmation précédente s'écrit : $x + \frac{1}{6} < 9 + n$ et $x + \frac{1}{6} + n > 9$
soit $9\text{-}n < x + \frac{1}{6} < 9 + n$
Parce que ce sont des entiers, les solutions sont donc les entiers supérieurs ou égaux à 9-n et inférieurs ou égaux à 8+n.
Il en y a exactement 2n solutions (en effet il y a (8+n) – (9-n) + 1 solutions).
**Paul croise donc 2n trains venant de B.**

**Question 2b**

Le premier train qui part à 9h de A croise 2n trains venant de B. Le second qui part à 10h croise (2n-2) trains et ainsi de suite jusqu'au dernier qui part à (9+n-1) heures. On a ainsi une somme de n termes.
Le nombre de croisements durant ces n heures est $2n + (2n - 2) + (2n - 4) +\ldots.+ 2$.
$2n + (2n - 2) + (2n - 4) +\ldots.+ 2 = 2 [n + (n - 1) +\ldots.+ 1] = 2 S_n$
si nous appelons $S_n$ la somme des n premiers entiers

Il s'agit de calculer la somme $S_n$ des n premiers entiers
$S_n = 1 \quad + \quad 2 \quad + \ldots\ldots + n$
$\underline{S_n = n \quad + (n-1) \quad +\ldots\ldots+ 1}$
$2 S_n = (n + 1)+ (n + 1) +\ldots\ldots.+ (n + 1) = (n + 1) \times n$ donc $S_n= \frac{1}{2} (n + 1) \times n$

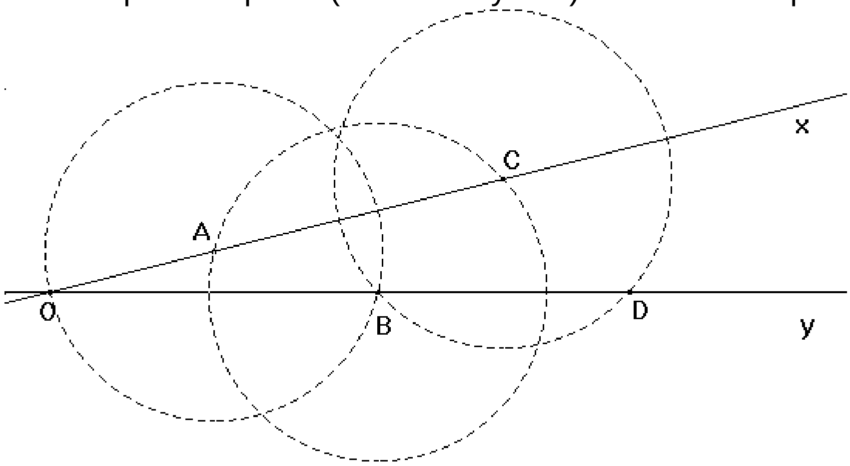
Le nombre de croisements est donc **n (n + 1).**

On retrouve pour n = 6, le nombre 42.

**EXERCICE 2 :**

**Question 1a**

Il s'agit de tracer dans l'ordre,
le cercle de centre A passant par O (donc de rayon a) : on obtient le point B sur [Oy)
le cercle de centre B passant par A (donc de rayon a) : on obtient le point C sur [Ox)
le cercle de centre C passant par B (donc de rayon a) : on obtient le point D sur [Oy)



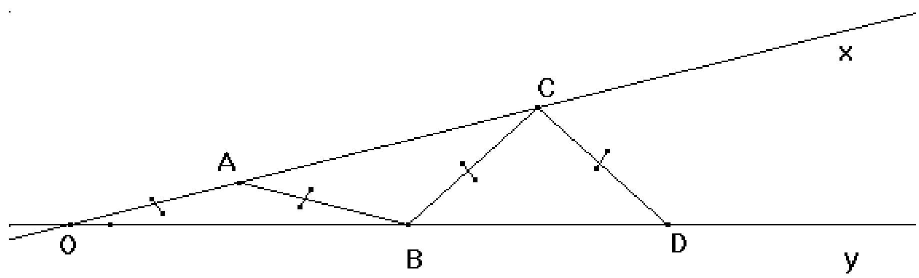

**Question 1b**

Les longueurs OA, AB, BC et CD sont égales à a : les triangles OAB, ABC et BCD sont donc isocèles.
**L'angle $\widehat{OBA}$ mesure donc $\alpha$,** comme l'angle $\widehat{AOB}$, puisque le triangle OBA est isocèle.

L'angle $\widehat{ACB}$ est égal à l'angle $\widehat{CAB}$ car le triangle ABC est isocèle.
L'angle $\widehat{CAB}$ est le supplémentaire de l'angle $\widehat{OAB}$ qui mesure $180 - 2\alpha$.
**Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAB}$ mesurent donc $2\alpha$.**

L'angle $\widehat{CBD}$ est tel que : $\widehat{CBD} + \widehat{CBA} + \alpha = 180°$
On a : $\widehat{CBA} = 180° - (\widehat{ACB} + \widehat{CAB})$
soit $\widehat{CBD} = 180 - \alpha - (180 - 4\alpha) = 3\alpha$
**L'angle $\widehat{CBD}$ mesure donc $3\alpha$.**
**L'angle $\widehat{ODC}$ mesure donc $3\alpha$,** car le triangle BCD est isocèle.

**Question 2 a et b**




Considérons l'affirmation : « l'angle $\widehat{OCD}$ est droit ».

Compte tenu de la mesure des angles, elle est vraie, si et seulement si,

$$2\alpha + (180 - 6\alpha) = 90,$$

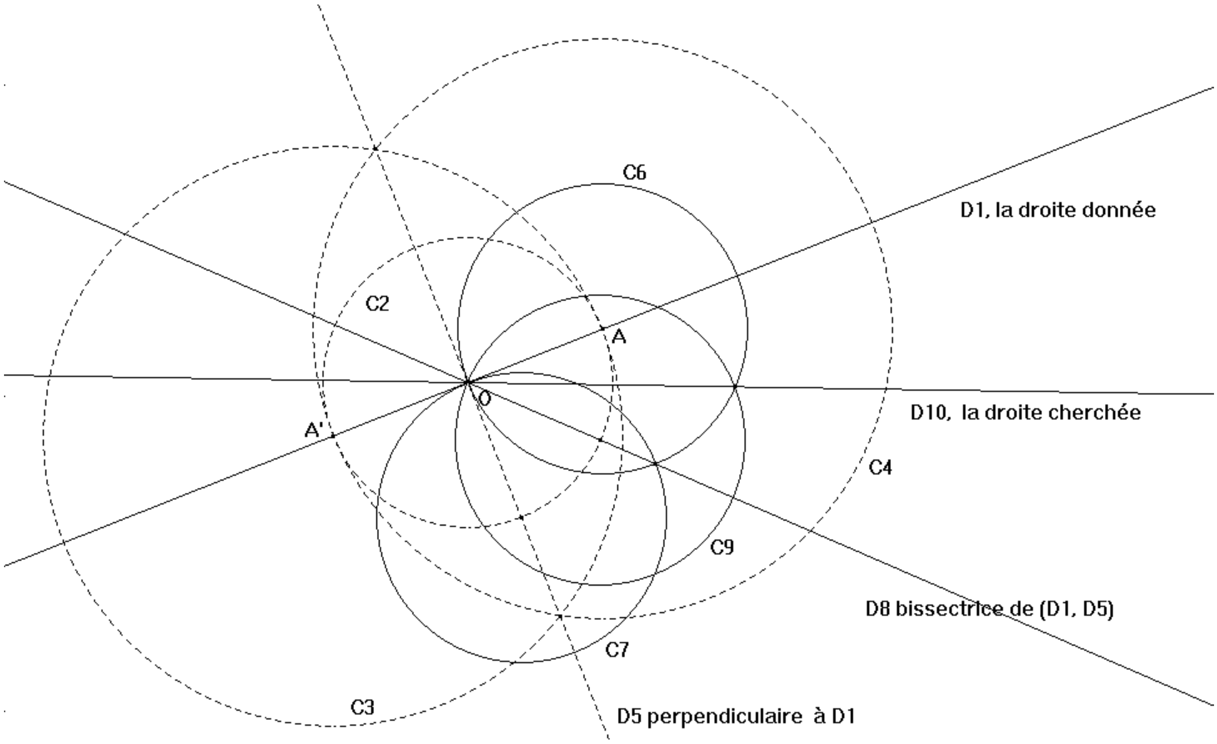
donc si et seulement si $4\alpha = 90$, donc si et seulement si $\alpha = 22,5$

**Cette affirmation est donc fausse en général et vraie pour une seule valeur de $\alpha$ : 22,5°.**

**Question 2 c**

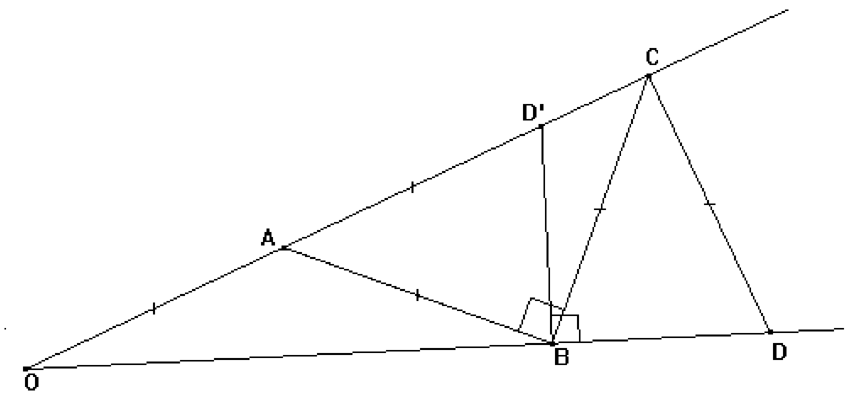
Pour construire la figure demandée, il faut reprendre le procédé de la construction 1 à partir d'un angle $\alpha$ de 22,5°.
Nous décrivons ci-dessous comment construire à la règle et au compas un angle de 22,5°.
Cet angle se construit à la règle et au compas par exemple en traçant la bissectrice d'un angle de 90°, puis celle d'un angle de 45°.
Nous conseillons au candidat de refaire la figure en traçant successivement dans l'ordre les différents éléments :
On trace la droite D1 puis, dans l'ordre, les cercles C2 (de centre O et passant par A), C3 (de centre A' et passant par A), C4 (de centre A et passant par A') tracés en pointillés pour obtenir D5 la perpendiculaire à D1 en O.

Puis on trace la bissectrice D8 de (D1, D5) grâce aux cercles C6 et C7 : D8 fait un angle de 45° avec D1.
Puis on trace la bissectrice D10 de (D1, D8) grâce aux cercles C6 et C9 : c'est la droite cherchée.



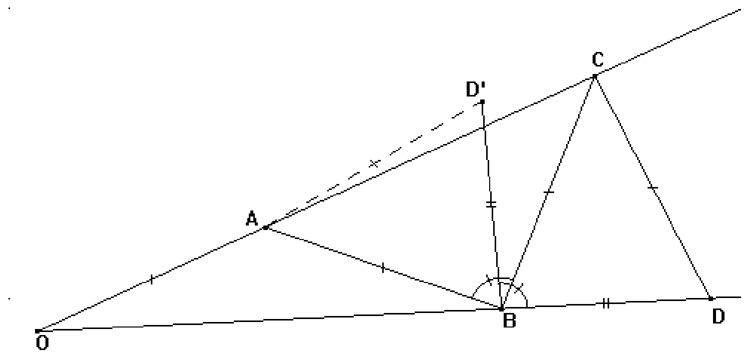

**Question 3**

*La question doit être comprise de la façon suivante :*
*On considère le transformé du triangle BCD dans la rotation de centre B qui transforme C en A, puis la figure obtenue par juxtaposition de ce transformé et du triangle OAB.*
Sur le dessin, le point D' est sur la droite (OA) et la figure est un triangle rectangle ; nous allons le démontrer.




Pour appuyer le raisonnement nous allons faire une figure à main levée codée avec les informations certaines du problème et nous allons progressivement déduire des informations complémentaires prouvant la conjecture ci-dessous :

O, A et D' sont alignés et OBD' est un triangle rectangle en B.




Par la rotation de centre B qui mène C en A :
C→A B→B D→D'

Le triangle ABC de la figure est isocèle avec deux angles de 45° ($2\alpha$=45°) : il est donc rectangle isocèle.
L'angle de la rotation est donc 90°. Il en résulte que : $\widehat{OBD'}$ = 90°.
$\widehat{BAD'}$ = $\widehat{BCD}$ = 180 – 2 x 67,5 = 45°
$\widehat{BAO}$ = 135°
donc $\widehat{OAD'}$ = $\widehat{BAD'}$ + $\widehat{BAD'}$ = 180°
donc O, A et D' alignés.

Donc **la juxtaposition des triangles OAB et BCD par la rotation de centre B qui transforme C en A permet d'obtenir un triangle OBD' rectangle en B que l'on appellera T dans toute la suite**.

**Question 4 a**

Le triangle ABC de la figure 2 est rectangle isocèle. Comme AB = BC = a, son aire est $\frac{1}{2}a^2$.

**Question 4 b**

OC = OA+ AC = a + a $\sqrt{2}$ = a (1+$\sqrt{2}$)
En effet AC est la diagonale d'un carré de côté a ou l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté a et on retrouve cette expression en appliquant le théorème de Pythagore.

**Question 4 c**

Aire de T = $\frac{1}{2}$ x OD' x hauteur issue de B du triangle OBD'

= $\frac{1}{2}$ x OD' x hauteur issue de B du triangle ABC

OD' = OA + AD' = OA + CD = 2a

La hauteur issue de B du triangle rectangle isocèle ABC est égale à la moitié de l'hypoténuse, soit $\frac{1}{2}$ AC, donc a$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc : Aire de T = $\frac{1}{2}$ x 2a x a$\frac{\sqrt{2}}{2}$

donc **Aire de T= a²** $\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$. On a donc **Aire de T = Aire (ABC)** × $\mathbf{\sqrt{2}}$

**Question 4 d**

Aire de OAB = $\frac{1}{2}$ x OA x hauteur issue de B du triangle OAB

= $\frac{1}{2}$ a x hauteur issue de B du triangle ABC

= $\frac{1}{2}$ a x a$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Aire de BCD = Aire de ABD'

= $\frac{1}{2}$ x AD' x hauteur issue de B du triangle ABD''

= $\frac{1}{2}$ x AD' x hauteur issue de B du triangle ABC

= $\frac{1}{2}$ a x a$\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Par suite les aires des triangles OAB et BCD sont égales à a²**$\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{4}}$ (la moitié de l'aire de T).

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES.**

**Question 1**

La notion mathématique de référence est la proportionnalité. On peut aussi ajouter les fractions.

**Question 2**
*Plusieurs raisonnements permettent de résoudre le problème. Nous en donnons quatre mais un seul est exigé.*

**1-Raisonnements utilisant la proportionnalité**

Les données correspondantes peuvent être consignées dans deux tableaux de proportionnalité :

Produit A

| chocolat | lait |
|---|---|
| 3 | 2 |

Produit B

| chocolat | lait |
|---|---|
| 2 | 1 |

Il s'agit de se ramener au même nombre de parts de lait ou de chocolat pour pouvoir comparer.

<u>Solution 1 :</u> on se ramène à 1 part de lait

Produit A

| chocolat | lait |
|---|---|
| 3 | 2 |
| 1,5 | 1 |

Pour 1 part de lait, il y a 1,5 part de chocolat dans le produit A et 2 parts de chocolat dans le produit B.

<u>Solution 2 :</u> on se ramène à 2 parts de lait

Produit B

| chocolat | lait |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 4 | 2 |

Pour 2 parts de lait, il y a 3 parts de chocolat dans le produit A et 4 parts de chocolat dans le produit B.

<u>Solution 3 :</u> on se ramène à 1 part de chocolat

Produit A

| chocolat | lait |
|---|---|
| 3 | 2 |
| 1 | $\frac{2}{3}$ |

Produit B

| chocolat | lait |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 1 | 0,5 |

Pour 1 part de chocolat il y a $\frac{2}{3}$ part de lait dans le produit A et 0,5 part de lait dans le produit B . Or $\frac{2}{3} > 0,5$.

Avec l'un ou l'autre des calculs de proportionnalité la conclusion est :
**B a plus de chocolat que A.**

**2- Raisonnement en comparant des fractions**
*Remarque : une comparaison de fractions n'ayant pas le même dénominateur est hors de portée d'un élève de cycle trois.*
Dans A, il y a $\frac{3}{5}$ de chocolat et $\frac{2}{5}$ de lait
Dans B, il y a $\frac{2}{3}$ de chocolat et $\frac{1}{3}$ de lait

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ et $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ $\qquad \frac{9}{15} < \frac{10}{15}$

Donc **B a plus de chocolat que A**.

**Question 3**

Linda ne compte que les parts de chocolat sans se ramener à la même quantité de liquide, d'où son erreur.

Nathalie se ramène à 2 parts de lait dans les deux boissons et trouve 3 < 4.

Celia :
Hypothèse 1 : elle cherche à comparer pour 2 parts de lait, mais utilise une propriété erronée pour passer de la 1ère ligne à la seconde : additionner 1 au lieu de multiplier par 2.

Produit A

| chocolat | lait |
|---|---|
| 3 | 2 |

Produit B

| chocolat | lait |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 2+1 | 1 + 1 |

Hypothèse 2 : elle pense implicitement au rapport de la quantité de chocolat à la quantité de lait . Ce rapport est 2 pour le produit B. Elle trouve que c'est le même rapport pour le produit A car on passe de B à A en rajoutant une part de chaque produit ; ceci revient à croire que : $\frac{2}{1} = \frac{2+1}{1+1}$

Loïc :
Il regarde seulement les parts de lait qui sont 2 pour A et 1 pour B. Comme 2>1 il en déduit qu'il y a plus de lait dans A. La réponse est exacte, mais il semble que son raisonnement soit faux.

Antoine :
Il se ramène à une part de lait pour les deux produits. La solution est exacte.

**Question 4**
Antoine aurait dû ajouter : « Dans la recette A, pour une part de lait … »
La rédaction plus achevée du raisonnement d'Antoine a été donnée à la première question (solution 1).

## SECOND VOLET (8 POINTS)

*L'étude est fondée sur un article de Dominique Valentin (2001) dans la revue de l'IREM de Grenoble,* Grand N *n°67 (pages 7 à 14) :*

*« Dix dans un dortoir.*
*Les compléments à dix en grande section. Pourquoi ? Comment ? »*

*La plupart des réponses aux questions du texte figurent dans cet article, sur lequel nous nous appuyons pour ce corrigé.*

**Question 1**

Il s'agit d'amener l'enfant à fréquenter les nombres de 1 à 10 en travaillant sur toutes le décompositions de 10 et à mémoriser certains compléments à 10.

*L'auteure de l'article insiste bien sur le fait qu'en GS, l'objectif ne peut être d'enseigner les compléments à dix, mais que cette activité donne l'occasion « par une suite d'activités ludiques et suffisamment motivantes » de fréquenter ces compléments et d'en mémoriser certains. L'activité est précédée par la lecture et la contemplation du livre « Dix petits amis déménagent » de Mitsumasa Anno (Ecole des Loisirs 1989).*

**Question 2**

Une compétence essentielle est bien sur que les élèves sachent dénombrer une quantité jusqu'à dix (par reconnaissance globale, par comptage...).

**Question 3**

<u>Pour le cycle 1</u>
Est également travaillée la compétence suivante : résoudre des problèmes portant sur la diminution ou le partage d'une quantité en utilisant les nombres connus, sans recourir aux opérations usuelles.

<u>Pour le cycle 2</u>
Sont travaillées les compétences suivantes liées aux structures additives:
dans des situations où deux quantités sont réunies, déterminer l'une des quantités ;
dans des situations où une quantité subit une diminution, trouver la valeur de la diminution.

**Question 4**

Le maître indique qu'il s'agit de bien repérer où sont les bébés, dans le dortoir ou la salle de jeux.
Il modifie la situation matérielle. Il laisse les élèves formuler et justifier des réponses. Il valide par retour au matériel. Il conclut en revenant sur les 3 nombres en jeu qu'il met en relation (la somme des deux donne le troisième 10).
Il recommence plusieurs fois cette phase.

**Question 5 a**

Dans la phase 2, la présence des lits permettait aux élèves de connaître la quantité des absents du dortoir en dénombrant les lits vides.
Dans la phase 3, cette procédure est bloquée, car les lits vides ne sont plus visibles. Pour connaître le nombre de présents au dortoir, il faut « penser » le nombre d'enfants du dortoir à partir du nombre n d'enfants dans la salle de jeux, c'est à dire anticiper le complément de n à dix.

**Question 5 b**

Exemple de procédure sans matériel (peu probable au début de cette série d'activités) : l'enfant a mémorisé plusieurs combinaisons de dix, par exemple 5+5 (c'est facile), 9+1 (c'est tout près de dix), 8+2 (c'est pas loin).
*Remarque l'usage des doigts peu être signalé.*

**Question 5 c**

Exemple de procédures de réussite avec matériel et un étayage du maître, surtout au début : supposons qu'il y ait 3 bébés dans la salle de jeux.
- cubes : sur les conseils du maître, il prend dix cubes (tous les bébés) qu'il partage en deux tas , les 3 de la salle et ceux du dortoir qu'il dénombre;
- feuille de papier et crayon ou ardoise et craie :
l'élève dessine la situation : deux parties, le dortoir (dix lits) et la salle de jeux, 3 bébés dans la salle de jeu ; puis il barre les lits des bébés de la salle de jeux et il compte les lits non barrés ;
l'élève dessine dix bébés et entoure ceux (3) de la salle de jeux ; puis il compte les autres bébés ;
- bande numérique :
il cache 3 cases et compte les cases non cachées jusqu'à 10 ;
il décompte 3 à partir de 10 et se retrouve sur la case 7.

*L'élève peut aussi utiliser ses mains : « les deux poings fermés, il lève trois doigts et compte ceux qui sont baissés. C'est la procédure est la plus couramment utilisée car la plus simple et la plus rapide à mettre en œuvre une fois que l'enfant l'a découverte. »*
*L'article précise qu'à la fin de l'année, après maintes répétitions du même jeu seules deux procédures étaient utilisées : le résultat mémorisé à l'occasion de parties précédentes, l'utilisation des doigts des deux mains.*

**Question 6**

Il s'agit cette fois-ci de la situation précédente évoquée et déclinée grâce aux cartes du jeu.

Première variable : nombre de cartes pour faire dix

Si jeu à deux cartes, la situation vécue précédemment est évoquée, il s'agit d'un réinvestissement. Les résultats mémorisés peuvent être efficaces, mais les bébés restent visibles.

Si jeu à plus de deux cartes, il faut s'adapter à la nouvelle consigne : les résultats mémorisés sont à réadapter…

Seconde variable en CP : type d'écrit sur les cartes

Les cartes ne comportent plus que des données chiffrées. L'élève ne peut plus systématiquement compter les bébés, il doit anticiper les sommes.

Le nombre de cartes pour faire dix (deux seulement ou plus) est encore une variante.

Troisième variable : choix des nombres portés par les cartes

Par exemple l'enseignant peut choisir de mettre seulement des cartes 5, 9, 1, 8 et 2 de sorte que les sommes soient plus faciles, ou au contraire de se limiter aux deux sommes plus difficiles (6 et 4 et 7 et 3 avec seulement une autre somme facile).

Quatrième variable : somme à atteindre

La somme à atteindre n'est plus dix. Elle peut être inférieure à 10 en maternelle ou supérieure à 10 en CP.

**Question 7**

*La question est ambiguë dans la mesure où en GS, comme le rappelle fort justement l'auteure de l'article, il ne saurait être question de systématiser l'apprentissage de compléments à dix. Nous considérons donc que la question concerne le CP.*

Des exercices de calcul mental sur les compléments à dix sous la forme :

7+ ? = 10 ;
de 7 à 10, il y a ? ;
10 – 7 = ? ;
l'écart ente 7 et 10 est ? etc…

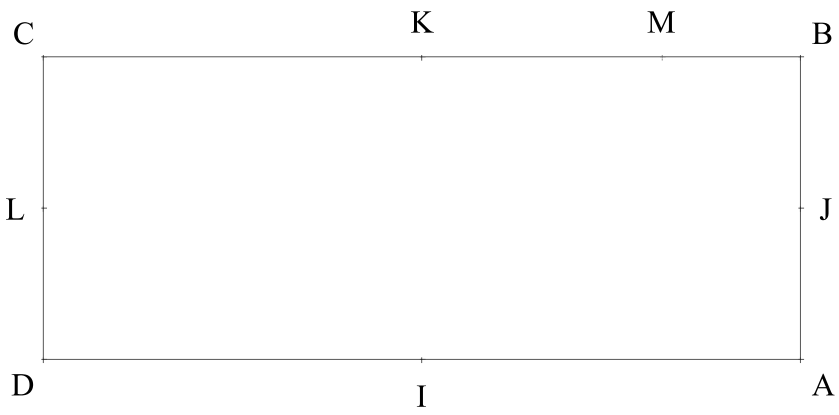
peuvent renforcer cet apprentissage et aider les élèves à mémoriser les compléments à dix.

# LILLE

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.




x est la distance parcourue, à partir du départ situé en I, par un coureur représenté par un point noté M.
V(x) est la distance à vol d'oiseau du point I au point M.
Toutes les valeurs numériques exprimant ces distances sont données en km.

**Question 1**

| Position de M | I (Départ) | A | B | K | C | D | I (Arrivée) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 | 22 |
| V(x) | 0 | 4 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

En effet, quand M est en A, V(x) = x ;
Quand M est en B, x = IA + AB, V(x) = IB ;
Le triangle IAB est rectangle en A, donc en appliquant le théorème de Pythagore :
$IB^2 = IA^2 + AB^2 = 16 + 9 = 25$, donc IB = 5;
Quand M est en K, milieu de [BC], x = IA + AB + BK, donc x = 11 et V(x)= IK = 3 ;
Quand M est en C, x = IA+ AB + BC, donc x = 15 et V(x) = IC =IB = 5 ;
Quand M est en D, x = 18, V(x)= ID = 4.

**Question 2**

Quand le point M se déplace de I à B, V(x) croît.
Quand M se déplace de B à K, V(x) décroît.
Quand M se déplace de K à C, V(x) croît.
Quand M se déplace de C à I, V(x) décroît.
On peut résumer ces variations par le schéma suivant :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I<br>0 | ↗ | B<br>5 | ↘ | K<br>3 | ↗ | C<br>5 | ↘ | I<br>0 |

**Question 3**

Quelques remarques :
1) La fonction V s'annule pour 2 valeurs : V(0) = 0 et V(22) = 0.
2) Pour deux positions M et M' du coureur, symétriques par rapport à la droite (IK), les distances à vol d'oiseau V(x) sont les mêmes. La courbe représentant la fonction V dans un repère orthogonal a donc un axe de symétrie (vertical).

Si x est la distance parcourue jusqu'au point M, la distance parcourue jusqu'au point M' est 22-x. On a donc V(x) = V(22-x), et la droite d'équation x = 11 est axe de symétrie.

3) Enfin, la fonction V est continue, sa courbe représentative ne peut donc pas présenter de discontinuité.

<u>Première méthode (éliminer les courbes qui ne conviennent pas) :</u>
La représentation graphique de la fonction V dans un repère orthogonal a un axe de symétrie, on peut donc éliminer les courbes 2 et 4. La fonction V n'est pas constante sur un intervalle, on peut donc éliminer la courbe 1, seule la courbe 3 peut correspondre à la représentation graphique de la fonction V.

<u>Deuxième méthode (étudier chacune des courbes) :</u>
La courbe 1 ne convient pas bien qu'elle ait un axe de symétrie et passe par deux points d'ordonnée nulle, car ses variations ne correspondent pas à celles trouvées pour V à la question 2, en particulier il n'existe pas d'intervalle sur lequel la fonction V serait constante.
La courbe 2 ne convient pas pour de multiples raisons : ce n'est pas la courbe représentative d'une fonction car pour 2 valeurs de x, il y a une infinité d'images (présence des contremarches de la courbe en escalier), elle n'a pas d'axe de symétrie, V(0) ≠ 0, etc.
La courbe 3 peut convenir car elle a un axe de symétrie (vertical), elle passe par deux points d'ordonnée nulle, ses variations correspondent aux variations de la fonction V.
La courbe 4 ne convient pas pour de multiples raisons : elle ne possède pas d'axe de symétrie, elle est discontinue, elle traduit une fonction croissante par intervalles ce qui n'est pas le cas de la fonction V.

**Question 4**

Les valeurs numériques données pour V(x) sont arrondies au dixième de km

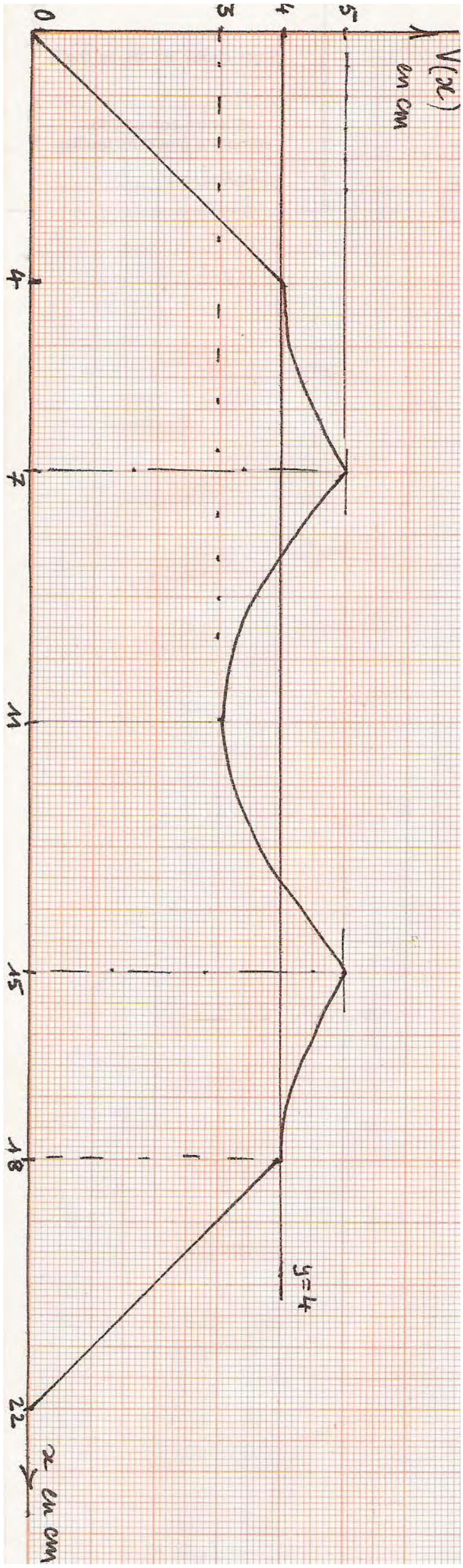
| x en km | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| V(x) en km | 4,1 | 4,5 | 4,2 | 3,6 | 3,2 |

En effet,
quand x = 5, M est sur [AJ], $IM^2 = IA^2 + AM^2 = 16 + 1 = 17$, $IM = \sqrt{17} \approx 4{,}1$
quand x = 6, M est sur [AJ], $IM^2 = IA^2 + AM^2 = 16 + 4 = 20$, $IM = \sqrt{20} \approx 4{,}5$
quand x = 8, M est sur [BK], $IM^2 = IK^2 + KM^2 = 9 + 9 = 18$, $IM = \sqrt{18} \approx 4{,}2$
quand x = 9, M est sur [BK], $IM^2 = IK^2 + KM^2 = 9 + 4 = 13$, $IM = \sqrt{13} \approx 3{,}6$
quand x = 10, M est sur [BK], $IM^2 = IK^2 + KM^2 = 9 + 1 = 10$, $IM = \sqrt{10} \approx 3{,}2$

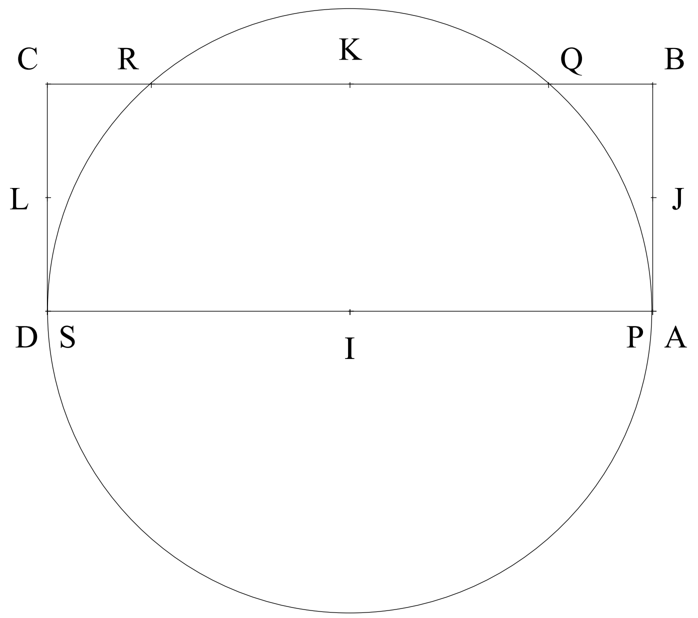
**Question 5**

Voir la représentation graphique sur la page suivante.

Deux parties de la courbe sont des segments de droite symétriques.
En effet quand $0 \le x \le 4$, V(x) = x, V est une fonction linéaire sur l'intervalle [0,4], sa représentation graphique sur cet intervalle est un segment de droite passant par l'origine.
Et quand $18 \le x \le 22$, V(x) = 22 - x, V est une fonction affine sur l'intervalle [18,22], sa représentation graphique sur cet intervalle est un segment de droite.
Autre justification possible : La droite (IK) est axe de symétrie et la courbe représentant la fonction V admet la droite d'équation x = 11 comme axe de symétrie donc, sur l'intervalle [18,22], la courbe est symétrique de la courbe sur [0,4], c'est donc un segment de droite.


V(x) en cm
0
3
4
5
4
7
11
15
18
22
y=4
x en cm

**Question 6**




Les points situés à 4 km à vol d'oiseau du point I sont sur le cercle de centre I et de rayon 4 km.
Sur la figure les positions des contrôleurs sont représentés par les points d'intersection du cercle de centre I et de rayon 4 et du rectangle ABCD. Le côté [AD] du rectangle est un diamètre du cercle, les points A et D sont donc des positions possibles pour les contrôleurs P et S ; Les points d'intersection du cercle avec le segment [BC] sont les deux autres positions cherchées Q et R (ils existent puisque la distance du point I à la droite (BC), représentée par la longueur IK vaut 3 et est inférieure au rayon 4 du cercle).

**Question 7**

Les points du rectangle situés à 4 km de I à vol d'oiseau vérifient l'équation V(x) = 4.
Sur la représentation graphique de la fonction V, les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation y = 4 (parallèle à l'axe des abscisses) donnent les distances parcourues par un coureur lorsqu'il rencontre successivement les contrôleurs.
Par lecture graphique on trouve 4 points d'intersection, P(4,4) qui est confondu avec le point A, Q(8,3 ; 4), R(13,6 ; 4), S(16, 4) qui est confondu avec le point D.
Remarque : Les valeurs trouvées sont approximatives puisqu'elles sont obtenues par lecture sur la représentation graphique. Les distances parcourues sont donc successivement : 4 km, 8,3 km, 13,6 km, 16 km.
Chercher à placer 5 contrôleurs sur le parcours à égale distance à vol d'oiseau du point I revient à chercher s'il existe une droite d'équation y= λ (parallèle à l'axe des abscisses) coupant la courbe représentant la fonction V en 5 points, ce qui est impossible.
On peut aussi vérifier, par un raisonnement géométrique, qu'un cercle et un rectangle ne peuvent avoir plus de 4 points d'intersection.

**Question 8**

Dans cette question, l'unité de distance utilisée est le kilomètre.
Les vétérans ont à parcourir le périmètre du losange IJKL (chaque côté est en effet l'hypoténuse de triangles rectangles isométriques de longueurs de côtés 4 et 3).
Le triangle IAJ est rectangle en A. En appliquant le théorème de Pythagore on a :

IJ²= IA²= AJ² = $16+\left(\frac{3}{2}\right)^2 = 16+\frac{9}{4}=\frac{73}{4}$ donc IJ = $\frac{\sqrt{73}}{2}$

Le périmètre du losange IJKL est donc égal à $4\times\frac{\sqrt{73}}{2} = 2\sqrt{73} \approx 17{,}1$

Le périmètre du rectangle ABCD est égal à 22.

Première méthode :
En kilomètres, la distance a été réduite de $22-2\sqrt{73} \approx 4{,}9$

Ce qui correspond à une réduction relative de $\frac{22-2\sqrt{73}}{22} \approx 0{,}223$, soit un pourcentage de réduction de 22% à une unité près par défaut.

Deuxième méthode :
Le coefficient de réduction est égal au rapport des deux périmètres, c'est-à-dire $\frac{2\sqrt{73}}{22} = \frac{\sqrt{73}}{11} \approx 0{,}776$.

Le pourcentage de réduction du parcours est donc de $1-\frac{\sqrt{73}}{11} \approx 22{,}3$ soit 22% à une unité près par défaut.

Il est possible de présenter les résultats sous forme de tableau (les valeurs sont arrondies au dixième près) :

| Distance initiale | Distance réduite | Différence des distances |
|---|---|---|
| 22 | 17,1 | 4,9 |
| 100 | 77,7 | 22,3 |

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES.**

### Question 1

Chacun des meubles dont il est question dans la consigne du maître, présente plusieurs dimensions (hauteur et largeur ou longueur pour le tableau, hauteur, largeur et profondeur pour la bibliothèque, longueur, largeur et hauteur pour le bureau, la petite table ou le meuble à papier), le mot longueur ne peut donc désigner de manière univoque l'une ou l'autre de ces dimensions. Il est donc indispensable, pour éviter les ambiguïtés, que le maître désigne clairement les longueurs à comparer, il le fait en les montrant.

### Question 2

L'écrit extrait du cahier de mathématiques des élèves témoigne de ce que les élèves ont appris plusieurs procédures pour comparer des longueurs :

- la perception visuelle,
- la comparaison directe,
- le report d'un étalon,
- le mesurage avec un instrument de mesure.

La pertinence de ces procédures dépend intimement des longueurs à comparer.
En effet si les longueurs sont très différentes, la perception visuelle globale permet de donner un résultat correct immédiat .
Si les longueurs sont proches (rapport voisin de 1), et les objets déplaçables, la comparaison directe est une bonne procédure.
Mais si les objets sont distants ou si on ne peut les déplacer, la comparaison avec un objet intermédiaire de même longueur que l'une de celles à comparer, le report précis avec un étalon adapté ou le mesurage avec un instrument de mesure s'imposent.
Les élèves ont à effectuer 3 comparaisons :

La largeur du tableau (1,98 m) et la longueur de la table (0,70 m). Ici la comparaison visuelle est la procédure la plus adaptée étant donné le rapport des deux dimensions.

La longueur du bureau (1,23 m) et la largeur de la bibliothèque (1,20 m). Ici le report d'un étalon ou le mesurage sont les procédures les plus adaptées car les deux longueurs à comparer sont très proches et les objets difficiles à déplacer.

La longueur de la table (0,70 m) et la largeur du meuble à papier (0,75 m). Dans ce cas aussi, le report d'un étalon, ou le mesurage sont les procédures les plus adaptées pour les mêmes raisons que précédemment.

| Élèves | Consigne(s) | Procédures | Pertinence de la procédure | Validité de la réponse | Qualité de la formulation |
|---|---|---|---|---|---|
| Camille et Véronique | 1 | perception visuelle | oui | correcte | formulation correcte, mais ambiguïté du terme « grand » |
| | 2 et 3 | mesurage (sans précision sur la manière de mesurer) | oui | correcte | |
| Anthony et Jonathan | 1 | mesurage avec un instrument de mesure | non | incorrecte | pas de conclusion |
| | 2 | | oui | incorrecte | |
| | 3 | non traité | | | |
| Augustin et Emilie | 1 | perception visuelle | oui | valide | formulation convenable mais ambiguïté du mot « grand » |
| | 2 | report à la règle | pas vraiment pertinent en raison du nombre de reports à effectuer et du faible écart entre les longueurs | incorrecte | |
| | 3 | report à la règle | | valide | |
| Maxime et Théo | 1 | perception visuelle | oui | valide | correcte |
| | 2 | mesurage avec un instrument de mesure | oui | correcte (marge d'erreur raisonnable) | conclusion non formulée, explicitée seulement par le soulignage d'une des deux mesures |
| | 3 | | | correcte pour la mesure d'une des dimensions, incorrecte pour l'autre | pas de conclusion |

**Question 3**

Anthony et Jonathan ont sans doute mesuré la largeur du bureau et non sa longueur. Mais comme les mesures trouvées pour les autres dimensions sont toutes erronées et fantaisistes, on peut aussi penser que les deux élèves ne savent pas utiliser la règle graduée, ne savent pas additionner les mesures s'ils ont à reporter plusieurs fois la règle, ne connaissent pas l'équivalence 10 mm = 1 cm

## SECOND VOLET (8 POINTS)

<u>Situation de manipulation à l'école maternelle</u>

**Question 1.**

*<u>Remarque :</u>*
*La consigne proposée dans la fiche présentant le jeu n'est pas explicite quant à la manière dont les enfants vont devoir réaliser la figure dessinée sur la fiche modèle. Nous pouvons envisager quatre organisations différentes :*
*1) le modèle est placé au fond de la boîte et les enfants doivent poser les cubes sur le modèle dans la boîte.*
*2) le modèle est à côté de la boîte, et les enfants doivent poser les cubes sur le modèle.*
*3) Le modèle est à côté de la boîte, les enfants doivent réaliser la figure en plaçant les cubes dans la boîte.*
*4) le modèle est à côté de la boîte, les enfants réalisent la figure à côté du modèle, mais non dans la boîte.*

Chacun de ces choix présente des avantages et des inconvénients et a une incidence sur la tâche proposée à l'élève. En ce sens, la position du modèle dans la boîte ou en dehors de celle-ci, le fait de poser les cubes sur le modèle ou non, dans la boîte ou non, sont des variables didactiques sur lesquelles le maître peut jouer d'une part pour adapter le jeu aux compétences des élèves et d'autre part pour les faire évoluer.

*Si les enfants posent les cubes sur le modèle, les problèmes de positionnement des cubes les uns par rapport aux autres sont en partie résolus, les élèves peuvent placer les cubes dans l'ordre qui leur convient, mais le modèle est progressivement caché et la validation s'avère difficile à moins que le maître ait prévu une reproduction du modèle sur calque ou transparent.*
*Si les élèves ont à poser les cubes à côté du modèle et dans la boîte, ils n'ont pas à prendre en charge eux-mêmes l'alignement des cubes qui se fait automatiquement en raison des bords de la boîte. Mais s'ils doivent les placer à côté du modèle et en dehors de la boîte, ils doivent prendre en charge le positionnement des cubes les uns par rapport aux autres pour obtenir un carré au bout du compte.*
*Pour analyser précisément la tâche dévolue aux élèves, il serait donc important de connaître le choix fait par le maître.*

Nous analysons la tâche de l'élève dans le cas suivant : l'élève dispose du modèle qui est placé à côté de la boîte et doit réaliser la figure en mettant les cubes dans la boîte.
- L'élève doit identifier sur la fiche modèle les 16 carrés correspondant chacun à une face d'un cube.
- Pour chaque carré identifié, l'élève doit prendre un cube et repérer, en tournant le cube, la face analogue à celle identifiée sur la fiche modèle.
- L'élève doit ensuite positionner le cube, **sans perdre la face repérée**, par rapport aux bords de la boite, puis par rapport aux cubes déjà placés, en identifiant dans le

modèle la position du carré choisi. Pour quatre des six faces du cube proposé, il n'y a pas de problème d'orientation, pour une face l'élève doit faire le choix entre deux orientations possibles (face avec les deux triangles noirs et les deux triangles blancs) et pour la dernière (face avec un triangle blanc et un triangle noir), il doit faire le choix entre 4 orientations possibles.
- l'élève doit aussi savoir s'organiser devant la complexité de la tâche et choisir une stratégie parmi plusieurs possibles, par exemple : prendre un cube, choisir une face et poser le cube (face choisie au dessus) à l'emplacement qui convient ; ou bien, choisir un petit carré du modèle, prendre un cube, chercher la face correspondante du cube et positionner le cube dans la boîte à la place analogue à celle du petit carré modèle.

**Question 2**

Voici des compétences et des aides possibles :

1) Identifier les faces de cubes sur le modèle.

Aide possible : le modèle est réalisé avec des cubes.

2) Choisir la « bonne » face du cube.

Aides possibles :
- L'enseignant, par un questionnement dirigé, conduit l'élève à faire une description précise de chaque face des cubes ;
- L'enseignant donne tout d'abord un seul cube à l'élève, il lui demande de choisir une face, puis de la retrouver sur le modèle.
- L'enseignant montre à l'élève un carré du modèle et lui demande de trouver sur son cube la face correspondante.

3) Positionner le cube choisi sur la bonne face et dans le bon sens.

Aide possible : aider le geste de l'enfant et le questionner pour l'amener à décrire les positions relatives des éléments dessinés sur les faces du cube.

4) Positionner le cube choisi à la « bonne » place.

Aide possible : mettre le modèle au fond de la boite, proposer à l'élève de poser les cubes par-dessus et proposer le calque ou le transparent préparé à l'avance pour vérifier.

5) S'organiser dans la tâche à effectuer.

Aide possible : proposer une stratégie consistant par exemple à poser sur la table chacun des cubes de telle manière que la face du dessus soit une face du modèle.

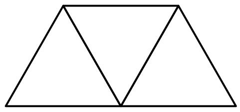
**Question 3**

Les compétences mobilisées par les élèves seraient les mêmes si tous les enfants avaient le même modèle, car reproduire le modèle de la fiche ou reproduire la figure réalisée par un autre enfant nécessitent les mêmes compétences décrites en question 2.
Donner le même modèle à tous permet de susciter des échanges entre les élèves. En revanche donner des modèles différents permet au maître de proposer un modèle adapté aux compétences qu'il souhaite développer chez chacun.

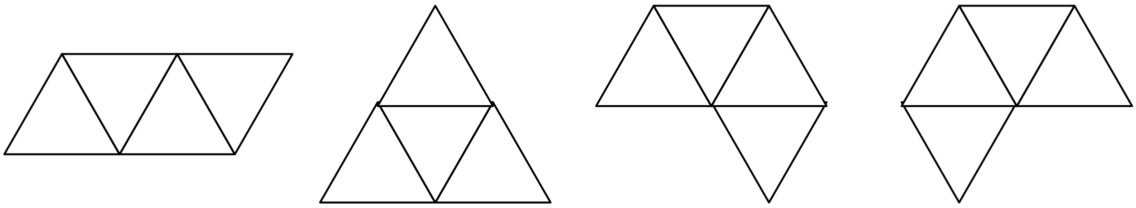
Situation de recherche dirigée au cycle 2 : « les polyminos »

**Question 1**

Pour trois triangles, il n'y a qu'une seule solution :

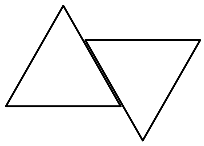


Pour 4 triangles, on trouve 4 assemblages différents dont deux sont symétriques l'un de l'autre :



**Question 2**

Le maître devra préciser ce qu'il appelle « assembler les triangles exactement par un côté » en disant que deux sommets doivent également coïncider, et en présentant un exemple et des contre exemples avec des dessins, comme :



Il peut également préciser ce qu'il appelle « des formes géométriques différentes », mais il nous semble que c'est plutôt dans la mise en commun que ce point devrait être soulevé puisque il renvoie à une question de symétrie qui peut être un objectif de la séance.

**Question 3**

Les élèves peuvent rencontrer des difficultés à identifier les ressemblances et les différences des assemblages qu'ils réalisent. Il serait bon de laisser du papier calque à disposition. Mais cette difficulté, naturelle en cycle 2, n'a pas à être levée individuellement ou collectivement dans la phase de recherche, elle sera prise en compte au moment de la mise en commun des différentes propositions des élèves.
Les élèves peuvent également avoir une certaine difficulté à organiser leur recherche, ici le maître peut apporter une aide individualisée en proposant à certains élèves de partir de l'assemblage qu'ils ont réalisé avec 3 triangles et de positionner le 4$^{\text{ième}}$ triangle aux différents endroits possibles.

**Question 4**

L'enseignant a choisi de mener cette recherche en groupe restreint et non en classe entière sans doute pour pouvoir apporter une aide individualisée à ses élèves et peut-être pour favoriser les échanges entre les élèves, mais cette situation serait plus riche si elle était menée avec la classe entière et les échanges entre voisins pourraient toujours avoir lieu.
Le nombre de triangles à préparer n'est pas en effet une raison valable, vu la facilité à organiser un découpage à partir de réseaux de parallèles équidistantes formant un pavage de triangles équilatéraux.

**Question 5.**

En fin de séance les élèves peuvent élaborer un document présentant les assemblages obtenus, soit en les dessinant à main levée ou sur une feuille pointée (en réseau triangulaire), soit par collage, en les classant en fonction des propriétés que le maître cherchait à mettre en évidence par ce travail.
Sur ce document, il serait intéressant et nécessaire que les élèves écrivent une phrase liée aux objectifs que le maître a défini pour cette séance.

*<u>Remarque :</u>*
*une question pourrait être posée aux candidats sur les objectifs possibles de cette séance.*
*Donnons des objectifs envisageables :*
*1) Le maître peut proposer cette situation en ayant pour objectif principal d'apprendre aux élèves à chercher, faire des essais, vérifier l'adéquation des essais à la consigne, constater qu'il y a plusieurs solutions.*
*2) Il peut aussi la proposer en ayant pour objectif de travailler certaines notions mathématiques :*
*- la notion de « sur figure » constituée par le contour extérieur de l'assemblage ;*
*- la notion de convexité en classant les figures convexes et les non convexes ;*
*- la notion de polygone, et l'égalité entre le nombre de côtés et le nombre de sommets.*
*- la notion de figures différentes ou non, autrement dit la notion d'axe de symétrie.*
*La trace écrite prendra en compte les objectifs choisis.*

<u>Travail individuel au cycle 3 : « les polygones »</u>

**Question 1**

Pour répondre à la question 1 de l'annexe 4, les élèves doivent savoir identifier une figure simple dans une figure complexe quelles que soient sa position et son orientation.
Pour répondre aux questions II a), II c), et II d), les élèves doivent savoir reconnaître et nommer les figures usuelles (carré, triangle équilatéral, triangle rectangle isocèle, losange, parallélogramme).

**Question 2**

En posant la question II b), le maître veut s'assurer que ses élèves identifient bien les propriétés spécifiques des triangles rectangles isocèles (présence d'un angle droit, égalité des longueurs de 2 côtés), indépendamment de leur taille.

**Question 3**

L'élève a raison car un carré est un losange, et c'est aussi un parallélogramme.

<u>Remarque :</u>
La question de l'inclusion des différentes familles de quadrilatères est difficile. Tout au long du cycle 2 ; les élèves ont considéré qu'un carré n'était pas un losange et a fortiori n'était pas un parallélogramme. Au cycle 3, les élèves vont avoir à reconnaître, vérifier et formuler des propriétés de différents quadrilatères (particuliers ou non), ils vont donc pouvoir envisager que, puisqu'un carré a 4 côtés de même longueur, on peut le considérer comme un losange. Mais la notion de « propriété caractéristique » n'est pas développée à l'école élémentaire. C'est au cours des premières années de collège qu'un travail systématique sur ces questions sera envisagé.

**Question 4**

La figure a est un rectangle, les figures b et f sont des trapèzes isocèles, la figure d est un triangle rectangle isocèle, la figure g est un trapèze rectangle, la figure i est un parallélogramme.
Cette question permet de mettre en évidence la capacité des élèves à envisager un assemblage de figures comme une figure unique, en prenant en compte le contour seul, et leurs connaissances du vocabulaire géométrique relatif aux figures planes.

# ACADÉMIE DE LYON

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE**

Rappel : Sur un parcours de longueur d (en km), la vitesse moyenne *V* exprimée en km/h est le rapport entre la distance parcourue *d* et la durée *t* de ce même parcours, ces grandeurs étant exprimées respectivement en kilomètres et en heures :

$$V = \frac{d}{t}$$

**Question 1**

La distance parcourue par mon oncle durant la première heure est égale à 60 km, et à 40 km durant la seconde heure. En deux heures il a donc parcouru 100 km.
**Sa vitesse moyenne est égale à 50 km/h.**

**Question 2**

Pour parcourir le premier kilomètre à la vitesse de 6 km/h, ma mère a mis $\frac{1}{6}$d'heure, (c'est à dire 10 minutes). (calcul : $6 = \frac{1}{t}$)

Pour parcourir le second kilomètre à la vitesse de 4 km/h, ma mère a mis $\frac{1}{4}$ d'heure, (c'est à dire 15 minutes). (calcul : $4 = \frac{1}{t}$).

Pour effectuer le parcours total de 2 km, il lui a fallu 25 minutes, soit $\frac{25}{60}$ d'heure.

(En utilisant les fractions, cela donne : $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$et $\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$. Sa vitesse moyenne en kilomètres par heure est donc égale à2/$\frac{25}{60}$, soit donc $\frac{120}{25}$. Or $\frac{120}{25}$= 4,8.

**La vitesse moyenne sur ce parcours est égale à 4,8 km/h.**

*Remarque :*
*Intuitivement, on peut remarquer que la randonneuse marche plus longtemps à 4 km/h qu'à 6 km/h. Sa vitesse moyenne est donc plus proche de 4 que de 6.*
*On peut alors savoir que le "modèle moyenne arithmétique" ne convient pas, et que c'est le "modèle moyenne harmonique" qui représente ici la réalité ; soit en appelant V la vitesse moyenne de ma mère en km/h :*

$\frac{2}{V} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ *donc* $\frac{2}{V} = \frac{5}{12}$ *et* $V = \frac{24}{5}$ *ou encore V = 4,8*

Autres méthodes :
a) Ma mère marche d'abord à 6 km/h, donc parcourrait 6 km en 1 h ; puis elle marche à 4 km/h, donc parcourrait la même distance 6 km en 1 h (pour faire les 4 premiers kilomètres) et 30 min. (pour faire les 2 derniers kilomètres). Elle parcourrait alors 12 km en 2 h 30 min. ou encore 2,5 h.

Sa vitesse moyenne est donc $\frac{12}{2,5}$ km/h, soit 4,8 km/h.

b) On peut aussi raisonner algébriquement à partir des définitions des deux: vitesses de ma mère : 6 km/h = $\frac{1\text{ km}}{t_1}$ et 4 km/h = $\frac{1\text{ km}}{t_2}$

Donc 1 = $6t_1$ et 1 = $4t_2$ d'où $6t_1 = 4t_2$ et $t_2 = \frac{3}{2}\ t_1$

La vitesse moyenne de ma mère est : $V = \frac{1+1}{t_1+t_2} = \frac{6t_1 + 4t_2}{t_1+t_2}$

Soit en remplaçant $t_2$ par $\frac{3}{2}\ t_1$ : $V = \frac{24}{5} = 4,8$

**Question 3**

La distance totale à parcourir, comprenant l'aller et le retour, est égale à 60 km. Pour les parcourir avec une vitesse moyenne de 24 km/h, la durée nécessaire est égale à 2 heures et demie. En effet, l'équation $24 - \frac{60}{t}$ est équivalente à $t = \frac{60}{4}$ et $\frac{60}{24}$= 2,5.

Pour parcourir les 30 km de l'aller à la vitesse de 18 km/h, le cousin a mis 1 heure et 40 minutes. En effet, l'égalité 18 = $\frac{30}{t}$donne t = $\frac{30}{18}$. Or $\frac{30}{18} = \frac{5}{3}$.

$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$, soit 1 heure et 40 minutes.

Il faut donc que la durée du retour soit 2h30 – 1h40, ce qui fait 50 minutes. Exprimé en heures cela correspond à $\frac{5}{6}$ d'heure.

Le cousin doit parcourir les 30 km du retour en $\frac{5}{6}$ d'heure. La vitesse moyenne correspondante est égale à $\frac{30}{\frac{5}{6}}$ km/h. Le calcul donne $\frac{30}{\frac{5}{6}}=36$.

Conclusion : **La vitesse du retour doit être égale à 36 km/h.**

Autre méthode :

Elle consiste à résoudre l'équation définie par un calcul des durées : V désigne la vitesse du retour en km/h. Elle vérifie l'équation $\frac{30}{18}+\frac{30}{V}=\frac{60}{24}$ (égalité des durées)

$\frac{30}{V}=\frac{60}{24}-\frac{30}{18} \Leftrightarrow \frac{30}{V}=\frac{5}{2}-\frac{5}{3}$ On obtient : $\frac{30}{V}=\frac{5}{6}$ d'où V = 36.

*Autre méthode en utilisant la moyenne harmonique (cf. remarque de la question 2) :*

*V désigne la vitesse du retour en km/h. on a alors* $\frac{2}{24}=\frac{1}{18}+\frac{1}{V}$

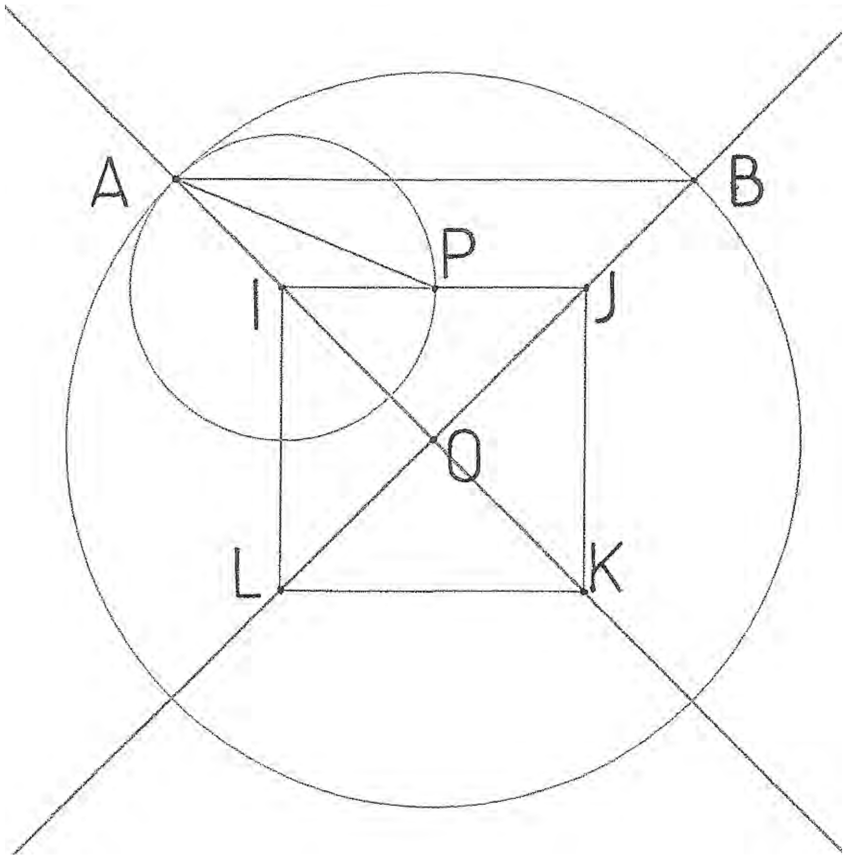
$$\frac{1}{V}=\frac{2}{24}-\frac{1}{18}=\frac{3}{36}-\frac{2}{36}=\frac{1}{36} \quad \textit{donc } V = 36$$

**PROBLEME.**

**Partie 1. Analyse de la figure.**

Les démonstrations suivantes s'appuient sur la figure ci-dessous :

Figure 1 :




**Question 1.a**

Les droites (OI) et (OJ), supports des diagonales du carré IJKL, sont perpendiculaires. Donc l'angle $\widehat{AOB}$ est un angle droit. [OA] et [OB] sont deux rayons du cercle de centre O et de rayon OA. Le triangle AOB est donc un triangle rectangle isocèle. Les deux angles adjacents à sa base [AB] sont donc égaux à 45°. L'angle $\widehat{OAB}$ est égal à 45°.

**Question 1.b**

L'angle $\widehat{IOJ}$ est un angle droit et OI = OJ car IJKL est un carré ; le triangle IOJ est donc un triangle isocèle rectangle. Les deux angles adjacents à sa base [IJ] sont isométriques et sont chacun égaux à 45°. $\widehat{OIJ}$ = 45°.
Comme P est le milieu de [IJ], $\widehat{OIP}$ = 45°.

**Question 1.c**

Le triangle API est un triangle isocèle car A est un point du cercle de centre I et de rayon IP. Les angles $\widehat{IAP}$ et $\widehat{API}$ adjacents à la base sont donc isométriques. Les angles $\widehat{PIA}$ et $\widehat{OIP}$ forment un angle plat, ils sont supplémentaires et leur somme vaut 180°. Comme $\widehat{OIP}$ = 45°, il s'ensuit que $\widehat{PIA}$ = 135°. La somme des angles du triangle PIA valant 180°, la somme des angles $\widehat{IAP}$ et $\widehat{API}$ vaut 45°. Chacun de ces angles est donc égal à 22,5°.

Autre méthode : Dans le cercle de centre I et de rayon IP, l'angle inscrit $\widehat{IAP}$ intercepte le même arc que l'angle au centre $\widehat{OIP}$ égal à 45°. Un angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc. $\widehat{IAP}$ = 22,5°.

**Question 1.d**

L'angle $\widehat{IAB}$ est égal à 45° (car O, I et A sont alignés) ;
L'angle $\widehat{IAP}$ est égal à 22,5° (question 1.c) ;

L'angle $\widehat{IAB}$ est la réunion des angles adjacents $\widehat{IAP}$ et $\widehat{PAB}$ ;

On en déduit que l'angle $\widehat{PAB}$ est égal à 22,5° (45 – 22,5 = 22,5).

Cela prouve que (AP) est la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{OAB}$.

<u>*Remarque :*</u>
*La bissectrice d'un secteur angulaire est une demi-droite portée par l'axe de symétrie du secteur*.

**Question 2.a**

P est le milieu de [IJ], donc IJ = 2r. IJKL est un carré, de centre O, [IK] est une de ses diagonales, donc IK = IJ$\sqrt{2}$ et IK = 2r$\sqrt{2}$ .

<u>*Note :*</u>
*Cette propriété liant les mesures d'un côté d'un carré et de ses diagonales nous semble pouvoir être utilisée directement sans justification supplémentaire, elle découle directement de l'application du théorème de Pythagore dans un triangle rectangle et isocèle.*

OI = $\frac{1}{2}$ IK, donc OI = r$\sqrt{2}$ .
I étant un point situé entre A et O sur [OA], OA = OI + IA. On sait que IA = IP, donc :
OA = r$\sqrt{2}$ + r.
En mettant r en facteur commun, on obtient R = OA = r ($\sqrt{2}$ + 1)

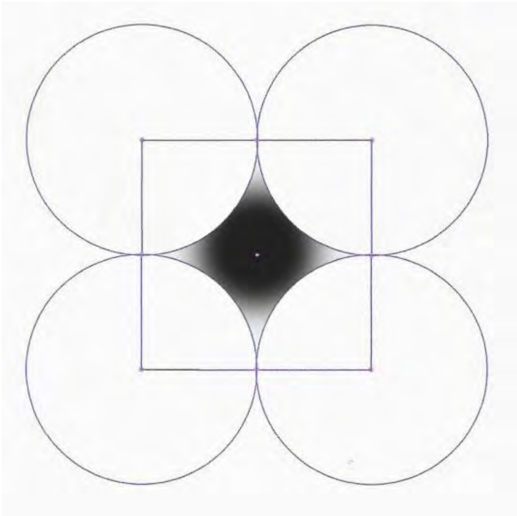
**Question 2.b**

OA = r ($\sqrt{2}$ + 1) et OI = r$\sqrt{2}$ . OA n'est pas égal au double de OI. Le point I n'est donc pas le milieu de [OA].

**Question 3.**

La mesure des côtés du carré IJKL est égale à 2r. L'aire du carré est donc égale à $(2r)^2$, c'est à dire à $4r^2$. La surface grisée est obtenue en enlevant au carré quatre quarts de disques de rayon r (les quatre angles du carré étant des angles droits) ou, ce qui revient au même, un disque entier de rayon r. La surface grisée G a une aire dont la mesure est : aire(G) = $4r^2 - \pi r^2$.
En mettant $r^2$ en facteur commun, on obtient : aire(G) = $(4 - \pi)r^2$

<u>Figure 2 :</u>



**Partie 2. Construction de la figure.**

**Question 1.**

Le cercle $\Gamma$ est donné, ainsi que A l'un de ses points.
Tracer le diamètre [AC] du cercle $\Gamma$. Le point C est le symétrique de A par rapport au centre O du cercle : construction à la règle de la droite (OA).
Tracer la médiatrice de [AC], soit avec une équerre, puisque le milieu O de [AC] est connu, soit avec un compas en construisant un point équidistant de A et C, et distinct de O.
Cette médiatrice coupe le cercle $\Gamma$ en deux points. Notons B l'un d'eux et D l'autre. Le quadrilatère ABCD ainsi construit est un carré : ses diagonales sont perpendiculaires, elles ont le même milieu O, elles sont isométriques puisqu'elles sont deux diamètres d'un même cercle. Cette condition est suffisante pour que le quadrilatère soit un carré. Ce carré est inscrit dans le cercle $\Gamma$.

**Question 2**

Le point P est équidistant de I et de J, ainsi que de A et B, pour des raisons de symétrie de la figure ; on peut aussi le démontrer en utilisant les résultats des questions **I** 1) ; en effet P est sur la bissectrice de $\widehat{OAB}$, donc $\widehat{PAB}$ = 22,5°, de même P est sur la bissectrice de $\widehat{OBA}$, donc $\widehat{PBA}$ = 22,5° et le triangle PAB est bien isocèle en P. Il se situe donc sur la médiatrice de [AB].
Tracer la médiatrice de [AB].

(*Il suffit de construire un point équidistant de A et de B, distinct de O, à l'aide d'un compas. Deux points suffisent pour tracer cette médiatrice. Appelons M le milieu de [AB], (OM) est la médiatrice demandée*.)

Tracer la bissectrice du secteur d'angle $\widehat{OAB}$.

*(Pour tracer cette bissectrice, on peut effectuer la construction d'un losange ayant A comme sommet et les demi-droites [AO) et [AB) comme supports de deux côtés : la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{OAB}$ correspond à la diagonale issue de A d'un tel losange. Sur notre construction ci-dessous, le losange a pour côté le segment [AM], où M désigne le milieu de [AB].)*

*Le point P est à l'intersection de ces deux droites (la médiatrice de [AB] et la bissectrice de l'angle $\widehat{OAB}$).*

<u>Autre construction :</u> On peut également obtenir le point P comme intersection de la bissectrice de l'angle $\widehat{OAB}$ avec la bissectrice de l'angle $\widehat{OBA}$.

**Question.3**

<u>Première solution :</u>

Les droites (AB) et (IJ) sont parallèles (droites perpendiculaires à la médiatrice de [AB], axe de symétrie de la figure). La droite (AB) est donnée, il suffit de tracer la parallèle à (AB) passant par le point P, elle coupe le segment [AO] au point I cherché.

(*Construction : tracer à l'aide d'un compas un parallélogramme AMPQ ; la droite (PQ) coupe (AO) en I ; Sur notre dessin, AMPQ est un rectangle*.)

<u>Seconde solution :</u>

Il suffit de tracer la médiatrice du segment [AP].

Elle coupe [AO] au point I. Le cercle de centre I, de rayon IP est tangent au cercle $\Gamma$.

<u>Troisième solution :</u>

Elle consiste à construire au compas un segment de la longueur PI attendue, en utilisant les points A, B, O et P disponibles. Parmi plusieurs possibilités, en voici une, très simple : Il suffit de remarquer que le triangle OIJ devant être à la fois isocèle et rectangle, et P étant le milieu de son hypoténuse [IJ], la longueur de sa médiane PO doit être égale à la moitié de celle de [IJ], donc à PI : Le cercle de centre P et de rayon PO coupe donc [OA] en I et [OB] en J, points diamétralement opposés sur ce cercle.

<u>Quatrième solution :</u>

Elle résulte des calculs effectués à la question 2.a de la première partie. Puisque OA = $r\sqrt{2} + r$, le segment [AB], étant l'hypoténuse du triangle rectangle isocèle OAB, a pour mesure AB = OA$\sqrt{2}$, ce qui donne AB = $2r + r\sqrt{2}$.

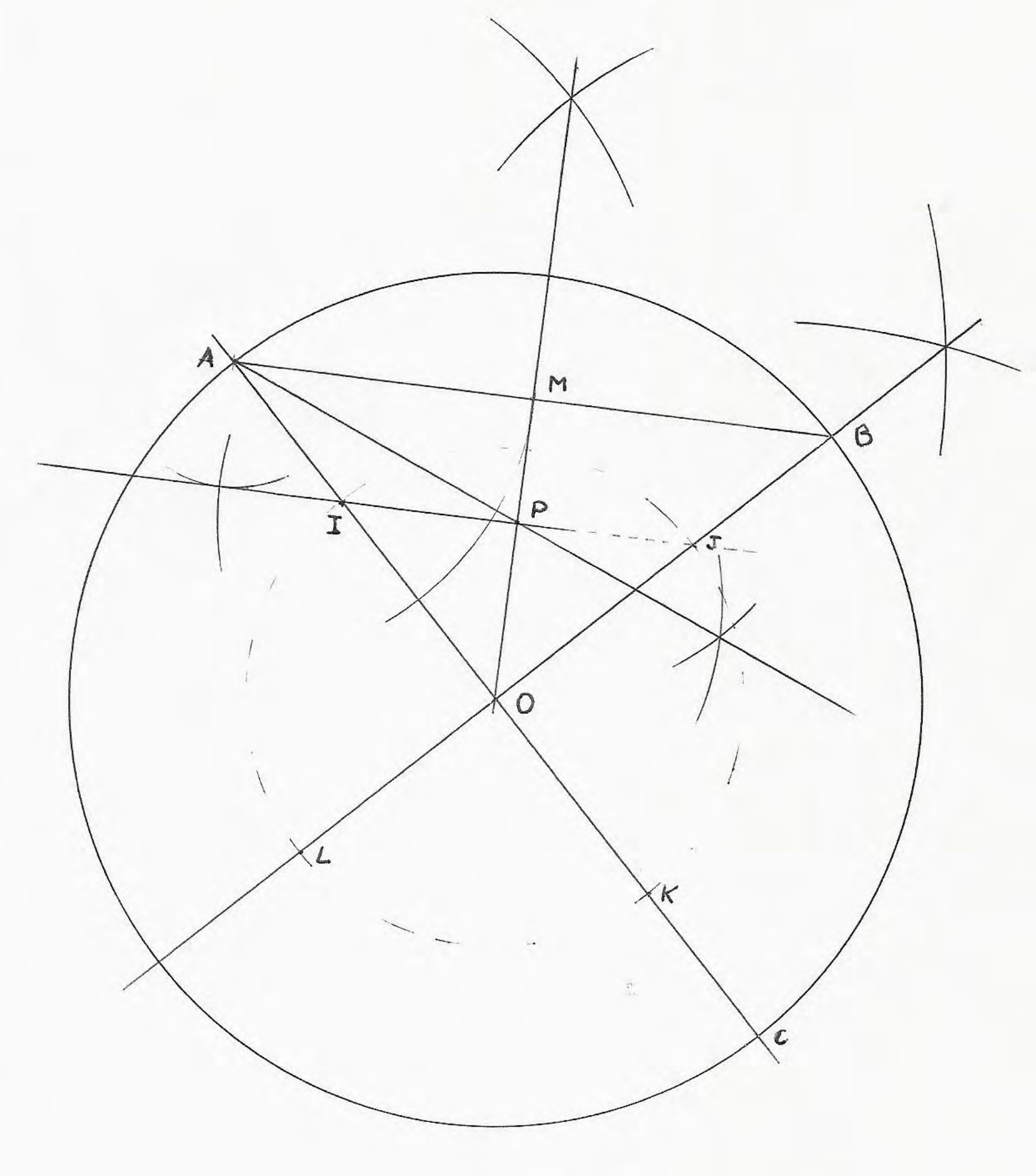
L'astuce consiste à effectuer la différence AB – OA = $(2r + r\sqrt{2}) - (r\sqrt{2} + r)$.

On obtient AB – OA = r !

A l'aide du compas, instrument privilégié pour le report de longueurs, on peut ainsi très facilement construire une longueur égale à r, c'est à dire à PI, qu'il suffit ensuite de reporter sur le segment [AO].

**Question 4**

Construction des points B, P et I : figure page suivante.



**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

**Question 1.**

Remarque préalable : Tous les élèves proposent des réponses justes.

**Production d'Antoine.**
*Réponse brève* :
Pour chacun des trois exercices, Antoine dessine tous les objets, en faisant des paquets de 10. Il les répartit ensuite équitablement, en commençant par les paquets de 10, puis en partageant les objets restants, en cassant les dizaines si nécessaire. Il dénombre ensuite le nombre d'objets de chaque part. Une addition lui permet de contrôler sa réponse.
*Réponse plus détaillée* :
Antoine résout chacun des trois exercices en utilisant des procédures semblables : Il dessine et représente chacun des objets de chaque collection, en les groupant par colonnes de 10, dans la mesure du possible. Il attribue ensuite autant de dizaines entières à chaque pirate (une flèche représente cette répartition), puis, lorsqu'il ne peut plus le faire, partage équitablement les dessins restants (dizaines et unités restantes). Cette répartition finale est représentée de la même façon que celle des dizaines.
Cette procédure est certes coûteuse lorsque le nombre d'objets à dessiner est élevé, mais Antoine l'applique avec rigueur. Les flèches représentant les attributions successives se croisent, mais sans ambiguïté, et Antoine ne commet pas d'erreur. Il recompte ensuite la part de chacun et écrit, pour chaque exercice, une addition en colonne qui sert de validation, de contrôle de la validité du résultat. Ce calcul ne sert donc pas à résoudre le problème, mais à prouver qu'il ne s'est pas trompé. Antoine a écrit une phrase réponse traduisant le résultat du partage, dont il peut être sûr. Sa procédure est proche de la manipulation qu'il aurait pu faire avec des objets réels.

**Production de Lucie.**
*Réponse brève* :
Lucie effectue des essais successifs pour approcher le dividende par des multiples du diviseur (égal à 3). Elle compare le multiple obtenu à chaque essai avec le dividende : - « *C'est trop petit.* » - ou bien -« *C'est trop grand.* »-. Elle en tient compte pour l'essai suivant, jusqu'à l'obtention de l'égalité.
*Réponse plus détaillée* :
Cette méthode de dichotomie s'appuie sur une représentation multiplicative de la situation. On note que le nombre d'étapes nécessaires diminue à chacun des exercices : Il passe de 8 à 5, puis à 3. Lucie améliore donc sa stratégie en effectuant une estimation de l'ordre de grandeur des produits qu'elle va effectuer, et/ou de l'écart entre ces produits avec le nombre à atteindre.

**Production de Steven.**
*Réponse brève* :
Pour le premier exercice, Steven utilise un dessin pour représenter les objets et les trois pirates, puis la répartition des objets après partage équitable. Pour le second exercice, Steven écrit une addition en colonne puis confirme par une phrase que 23

est bien la réponse attendue. On ne sait comment il a obtenu le nombre 23. Pour le troisième exercice, Steven obtient le résultat en trois essais multiplicatifs. La trace écrite ne rend donc pas compte de tous les raisonnements ou calculs mentaux qui lui ont permis d'obtenir (apparemment par des calculs) aussi rapidement les deux dernières solutions.

*Réponse plus détaillée concernant le premier exercice* **:**

Steven représente à gauche la collection des 45 diamants par des ronds, il représente un peu plus à droite les trois pirates, puis répartit un à un chacun des 45 objets, en les redessinant à droite de chaque dessin de pirate, et en cochant au fur et à mesure les éléments pris en considération dans la collection initiale. Sur sa feuille, des flèches représentent les premiers éléments distribués, mais le dessin de ces flèches devenant rapidement enchevêtré, confus et illisible, cette procédure de contrôle est abandonnée. Elle ne concerne que 21 « ronds ». Il est probable que le marquage des « ronds » distribués a remplacé cette procédure peu fiable.

**Production de Bilel.**

*Réponse brève* :

Bilel vérifie par une addition réitérée que le nombre 15 est bien solution du premier exercice. Pour le second exercice, Bilel effectue une division partageant équitablement 6 dizaines en trois, puis 9 unités en trois. Le troisième exercice est résolu par encadrements successifs du dividende par des multiples de 3. Le résultat est obtenu en trois essais.

*Réponse plus détaillée* :

Il est probable que Bilel a obtenu la première réponse par un calcul réfléchi qui ne peut se traduire par écrit. La trace écrite correspond à une vérification de la réponse. Dans le second exercice, l'opération est présentée sous la forme classique de la potence. Bilel a donc des connaissances sur la division. Le troisième exercice est résolu par une procédure multiplicative. Le choix de 38 au premier essai n'est pas très éloigné de la solution, ce qui permet d'expliquer la rapidité de cette méthode. On ne possède pas d'éléments expliquant le choix de 38 pour le premier essai.

**Production de Quentin**.

*Réponse brève* :

Les trois exercices sont résolus avec la même procédure : Quentin additionne trois nombres identiques. Si la somme est inférieure au nombre cible, Quentin choisit un nombre plus grand pour l'étape suivante.

*Réponse plus détaillée* :

Les nombres ne sont pas choisis au hasard, un calcul réfléchi sur l'ordre de grandeur précède probablement chaque calcul écrit. Comme pour Steven et Bilel, ces raisonnements ne laissent pas de trace sur la feuille…

**Production de Jordan**.

*Réponse brève* :

Pour chacun des trois exercices Jordan met en œuvre une procédure multiplicative. Le principe consiste à chercher le nombre qui multiplié par 3 donne… Les chiffres de chaque ordre sont traités séparément. Jordan ne passe vraisemblablement à l'écriture de sa réponse qu'après avoir déterminé mentalement sa solution.

*Réponse plus détaillée* :

Cette procédure est fortement imprégnée de la technique de la multiplication. On peut noter que dans les deux premiers cas il ajuste d'abord le chiffre des unités, avant celui des dizaines. Le dernier cas montre l'ordre inverse : L'écriture $4 \times 3 = 12$ se traduit par « quatre dizaines multipliées par 3 font 12 dizaines », puis $1 \times 3 = 3$ correspond à « une unité multipliée par 3 cela fait trois unités »… Ce qui aboutit à la réponse correcte égale à 41.

**Question 2.**

**Steven et Bilel** ont changé de procédure en fonction de la taille des nombres et de leurs caractéristiques. La taille des nombres, les rapports éventuels entre les chiffres du dividende et ceux du diviseur sont des variables didactiques.

**Steven** a abandonné une procédure basée sur le dénombrement d'objets dessinés (représentés) pour adopter des procédures de calcul : calcul additif pour l'exercice 2 (23 + 23 + 23 = 69), multiplicatif pour l'exercice 3 ($60 \times 3 = 180$ trop grand, $30 \times 3 = 90$ trop petit, $41 \times 3 = 123$).
La complexité des difficultés posées par la méthode de dessin des objets et de tracé de flèches est suffisamment élevée pour le décourager de réutiliser cette procédure. Celle-ci ne peut raisonnablement être conduite qu'avec un nombre limité d'objets. Par ailleurs la consigne évoquait diverses méthodes possibles (calcul, dessin). Pour Steven, le dessin qui devait sembler sans doute plus « facile » au départ, lui a paru rapidement inadapté.

Pour l'exercice 1, **Bilel** a trouvé la solution du partage (15 + 15) + 15 = 45, sans doute par des calculs mentaux. Sa trace écrite ne fait que répondre à la consigne : « Montre comment tu as fait : calcul, phrase… ». Pour l'exercice 2, il reconnaît manifestement une situation de division et pose le calcul en potence, sans doute parce qu'il reconnaît que les deux chiffres du dividende sont des multiples de 3. Cette propriété n'étant plus satisfaite dans le troisième exercice, Bilel adopte alors avec succès une méthode multiplicative par essais successifs.

# SECOND VOLET (8 POINTS)

## I. Etude de l'annexe B.

### Question 1.a

Le dictionnaire propose au moins deux significations du mot « semaine » : Cela peut être un « *ensemble de sept jours (dimanche, lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi) dans le calendrier, le dimanche pouvant être considéré tantôt comme le premier, tantôt comme le dernier jour de la semaine*. » Cela désigne également « *une période de sept jours qui se suivent* ».
En se référant à la première interprétation, on peut voir dans l'annexe B1 trois lignes complètes qui correspondent à trois semaines commençant un lundi. Si l'on se réfère à la seconde interprétation, on peut compter quatre périodes de sept jours consécutifs. L'enseignant peut donc valider les réponses **3** et **4**.

### Question 1.b

Dans l'exercice B2, les deux interprétations du mot « semaine » conduisent à la même réponse : Il y a quatre lignes complètes (du lundi au dimanche), et on peut compter quatre périodes de sept jours consécutifs, quel que soit le choix du premier jour. L'exercice de l'annexe B2 ne contient pas les difficultés que comporte l'exercice B1. Il offre moins d'intérêt. Il paraîtrait donc judicieux d'inverser l'ordre de ces exercices afin de proposer B2 en CP et B1 au CE1.

### Question 2.

**Analyse des difficultés.**

L'exercice 4 de l'annexe B3 demande de faire le lien entre une date et d'autres situées dans le futur (2 jours puis 10 jours plus tard, 2 semaines plus tard). La semaine (période de sept jours consécutifs) commence un jeudi, et la date contient en plus l'information du jour de la semaine.

L'exercice 6 de l'annexe B4 demande de remonter le temps, vers le passé (Il y a 5 jours, il y a 1 semaine…). La difficulté de ce geste mental est plus grande. Il faut déterminer le numéro du jour dans le mois, ce qui ne va pas de soi au CE1, mais aussi le nom de ce jour. Il est sans doute plus facile de réciter la litanie des jours dans l'ordre où on les vit, que dans l'ordre inverse.

Les deux exercices exigent également de savoir qu'une semaine durant 7 jours, deux semaines correspondent à 14 jours, et trois semaines à 21.

Il est donc raisonnable de proposer le second exercice (B4) après l'autre (B3).

<u>*Remarque :*</u>
*On peut mentionner également des difficultés de langage, la préposition « dans » (B3) traduit une avancée vers le futur et dans la séquence 61 (B4) l'expression « il y a » se rapporte au passé.*

**Progressivité.**

Le niveau de difficulté progresse dans le questionnement de la séquence 17 (annexe B3). A l'inverse, la troisième question de la séquence 61 (annexe B4) paraît plus facile, principalement du fait que la semaine commence un lundi.

## II. Etude de l'annexe C

### Question 1.a

Dans l'exercice 8 les élèves ont à présenter le mois de janvier de la même façon que l'exemple donné du mois de février. Il faut avant tout savoir que ce mois contient 31 jours, et que la veille du vendredi 1^er^ février est nécessairement un jeudi. Il faut ensuite remonter le temps de 31 jours.
Pour présenter de la même façon le mois de mars, il faut savoir que ce mois dure également 31 jours, et déduire que ce mois commencera un vendredi.

<u>*Note relative à l'exercice 8 :*</u>
*Il paraît difficile de demander aux enfants de CE2 de placer les symboles représentant les différentes phases de la lune (par exemple nouvelle lune le 13 janvier, pleine lune le 28 ), puis de placer à gauche les numéros de semaines (de 1 à 5) de la même façon que sur l'exemple donné. La consigne aurait pu être plus précise sur ces deux points.*

L'exercice 9 est plus complexe  : On peut imaginer que l'attente au niveau d'un CE2 se limite à anticiper d'une période de 80 jours à compter de la date du lundi 15 juin. Il faut alors que les élèves connaissent les nombres de jours des mois de juin, juillet, et août, qu'ils sachent déterminer le nombre de semaines consécutives (périodes de 7 jours) que l'on peut compter dans une période de 80 jours, et surtout qu'ils sachent comment on peut organiser et gérer toutes ces informations pour aboutir à une réponse raisonnée.

<u>*Note :*</u>
*Dans son roman, Jules Verne tient compte du fait que la terre tourne pendant que Phileas Fogg voyage ! C'est l'argument du suspense final. Le voyage dure effectivement 80 $\times$ 24 heures, mais P. Fogg a pu voir le soleil se lever 81 fois, ce qui explique qu'il ait pensé avoir perdu son pari.*

### Question 1.b

Les difficultés essentielles tiennent à l'organisation, à la gestion des nombreuses données. L'aide à apporter, une fois identifiées les données numériques, consiste à

suggérer de réaliser un tableau du type calendrier où inscrire les semaines et les jours. Ce problème ne semble pas pouvoir être résolu sans un support écrit. L'observation du calendrier 2003 ne saurait être d'un grand secours puisque le 15 juin tombe un dimanche…
Une autre difficulté consiste, sans le support concret d'un calendrier, à partager 80 en 7, en tenant compte du reste, par une méthode quelconque (compter de 7 en 7, multiplication…).
Le calcul du quantième n'est pas aisé, non plus que la détermination du nom du jour. Faut-il compter le premier jour ?
Aide possible : donner un calendrier comme celui de l'année 2002 résoudrait à peu près tout et ferait perdre tout l'intérêt du problème. Notre aide se limiterait à proposer l'élaboration d'un calendrier, en ne gardant que la partie utile de celui-ci.

**Question 2.a**

L'aide proposée n'est pas rigoureuse : 52 semaines de 7 jours ne font pas 365 jours, ni 366, mais 364 !

**Question 2.b**

L'aide pourrait faire penser qu'il y a nécessairement 52 dimanches dans une année, puisqu'il y a 52 semaines. Le tableau ci-dessous illustre qu'il y a d'autres possibilités : il indique le nombre de dimanches qu'il est possible d'avoir selon les cas.

| Années commençant un… | Nombre de dimanches dans les années non bissextiles, de 365 jours | Nombre de dimanches dans les années bissextiles, de 366 jours |
|---|---|---|
| dimanche | **53** | **53** |
| lundi | 52 | 52 |
| mardi | 52 | 52 |
| mercredi | 52 | 52 |
| jeudi | 52 | 52 |
| vendredi | 52 | 52 |
| samedi | 52 | **53** |

Pour la première question, la réponse est donc 52 ou 53 parutions du journal du dimanche dans une année civile.
Pour la seconde question, le nombre de journaux reçus (à l'exception de ceux qui paraissent les dimanches) sera égal à 312, 313, ou bien à 314.
En effet :
365 – 53 = 312 : il s'agit des années non bissextiles commençant un dimanche ;
365 – 52 = 313 : il s'agit des années non bissextiles ne commençant pas un dimanche ;
366 – 53 = 313 : il s'agit des années bissextiles commençant un dimanche, ou bien un samedi ;
366 – 52 = 314 : il s'agit des années bissextiles commençant un lundi, un mardi, un mercredi, un jeudi ou un vendredi.

**Question 2.c**

Sans doute faudrait-il faire dénombrer les dimanches sur des calendriers de différentes années illustrant les différents cas évoqués, et distribués à des groupes différents d'élèves : ainsi, le fait de ne pas trouver la même réponse pourrait être le prétexte à une étude, prudente mais un peu plus approfondie.

**Question 2.d**

La complexité de cette situation nous semble dépasser les possibilités des élèves de la classe de CE2. La prise de conscience de la variabilité de la durée d'un mois est une connaissance importante (tous les mois n'ont pas le même nombre de jours) qui est à opposer à un certain usage social consistant à assimiler un mois à une durée moyenne de 30 jours. Toute simplification pour occulter la difficulté réelle de ce problème serait regrettable. Le mieux serait donc de reporter ce problème au niveau de CM1, en le reliant à un travail sur la structuration du temps.
Au CE2, le mois, conçu premièrement comme un repère de date de l'année civile, pourra cependant apparaître comme la période allant d'un certain quantième d'un mois au même quantième du mois suivant. La durée de 30 jours consécutifs constitue alors une valeur moyenne approchée.

**Question 3.**

Les précautions nécessaires avant de proposer un exercice aux élèves sont générales :
Avant tout, commencer par résoudre soi-même l'exercice avec rigueur afin d'en cerner toutes les difficultés possibles.
S'assurer que les élèves disposeront bien des connaissances suffisantes pour comprendre la situation et entrer dans une phase constructive d'une réponse.
Ne pas se méprendre sur les objectifs pouvant être assignés à la résolution d'un problème (application, réinvestissement, recherche, construction d'une connaissance nouvelle).
Prévoir les supports, les aides éventuelles à apporter.

## III. Proposition d'une situation utilisant un calendrier.

**<u>Première réponse</u>** :

Voici quelques exemples :
- En cycle 2 : la répartition des dates d'anniversaire des élèves de la classe au cours de l'année peut être le prétexte à mettre en place l'usage d'un calendrier.
- En cycle 2 ou cycle 3 : on pourra effectuer des relevés de la « météo » (quantité de pluie, température, direction du vent…), réguliers sur l'année et à situer dans le temps.
- En cycle 3 : (Classes de CM)

L'observation des phases de la lune amène à constater leur périodicité. Ces phases sont généralement indiquées sur les calendriers.
L'observation de la variation de la durée du jour au cours de l'année, également l'observation de la croissance de plantes peuvent également amener à prendre des repères sur un calendrier.

**Seconde réponse :**

Voici un autre exemple de situation, plus interne au domaine des mathématiques, à proposer en fin de CE1 ou au début du CE2.

Objectifs : Savoir placer des repères sur le calendrier d'un mois, en respectant une règle.

Matériel : une page d'un calendrier.
Le choix d'un mois tel que le mois de septembre ou décembre 2003 permet que le premier jour soit un lundi, ce qui peut rendre plus facile la tâche.

Consigne : « Tu te rappelles l'histoire du Petit Chaperon Rouge... la petite fille va voir sa grand-mère toutes les semaines, mais elle n'y va jamais le même jour pour tromper le loup. Tantôt elle y va le mardi, tantôt le samedi, ou encore un autre jour... » « Voilà le calendrier du mois de….. , tu vas choisir les jours des visites du Petit Chaperon Rouge en mettant une croix rouge sur les jours que tu choisis. Rappelle-toi : une visite par semaine, et tu changes de jour chaque semaine. »

Déroulement : recueil des propositions, débat sur la validité des propositions et des procédures éventuellement observées.

# NOUVELLE CALEDONIE

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Question a**

Le volume en $cm^3$ de chaque cube est égal à $20\times20\times20$ en $cm^3$, soit 8000 $cm^3$, ou 8 $dm^3$**.**
La construction est faite avec 14 cubes, son volume est donc égal à $14\times8$ $dm^3$ , soit 112 $dm^3$

**Question b**

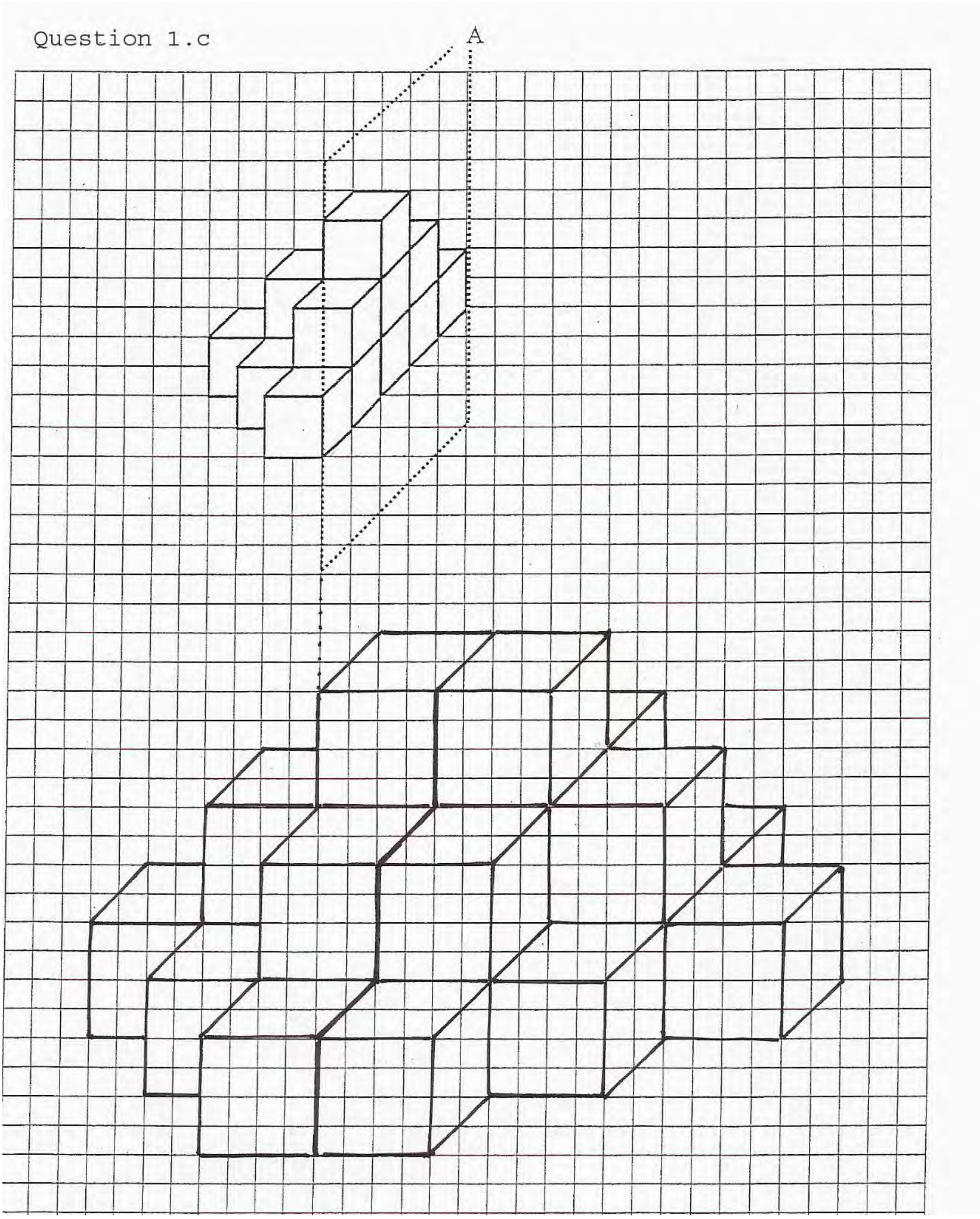
Cette figure est une représentation en perspective cavalière, on détermine l'échelle à partir de la face avant, parallèle au plan de projection.
Sur la figure, la face avant d'un cube est représentée par un carré de 1 cm de côté.
La longueur réelle des arêtes des cubes est 20 cm, l'échelle est donc 1/20$^{\text{ème}}$

**Question c**

Pour effectuer la représentation de la figure à l'échelle 1/10$^{\text{ème}}$, il faut représenter 10 cm par 1 cm donc doubler toutes les dimensions de la figure initiale.
*Cf. figure page suivante.*

**Question d**

Pour réaliser le solide complet, il faut 28 cubes ($2\times14$).




**Question e**

L'aire d'un cube est (6×20×20) cm², soit 2400 cm², ou encore 24 dm².
Pour plus de lisibilité nous utiliserons l'aire d'une face de cube comme unité dans la recherche (notée **face** : 1 **face** = 4 dm$^2$).
Nous restreignons l'étude au cas particulier suivant : le solide est réalisé en assemblant les cubes par une face entière : les carrés « collés » ont leurs 4 sommets

communs. La recherche porte sur les solides que l'on peut obtenir avec 28 (petits) cubes.

Dans un assemblage, chaque cube peut être adjacent à 1 autre cube, 2 autres, 3 autres, 4 autres, 5 autres ou 6 autres.
Si un cube est adjacent à 1 seul autre cube, sa contribution à l'aire totale est de 5 **faces**.
S'il est adjacent à 2 autres, sa contribution à l'aire totale est de 4 **faces** ;
S'il est adjacent à 3 autres, sa contribution à l'aire totale est de 3 **faces** ;
S'il est adjacent à 4 autres, sa contribution à l'aire totale est de 2 **faces** ;
S'il est adjacent à 5 autres sa contribution à l'aire totale est de 1 **face** ;
S'il est adjacent à 6 autres, sa contribution à l'aire totale est nulle, un tel cube est à l'intérieur du solide.

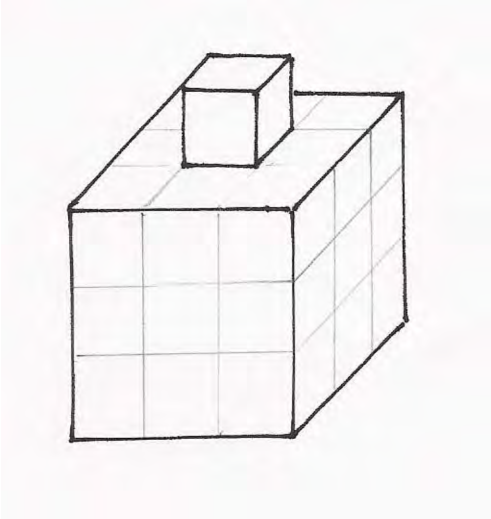
Un solide qui a l'aire maximum est donc un solide pour lequel les cubes ont au plus deux faces communes. Il existe plusieurs solides répondant à cette contrainte, le plus simple étant la tour de 28 cubes de hauteur.
Dans un tel solide les 2 cubes du bout contribuent pour 5 faces à l'aire totale, les 26 autres pour 4 faces. L'aire totale est donc : $(2 \times 5 + 4 \times 26)$ **faces** soit 114 **faces** c'est-à-dire $114 \times 4$ dm² ou 456 dm².

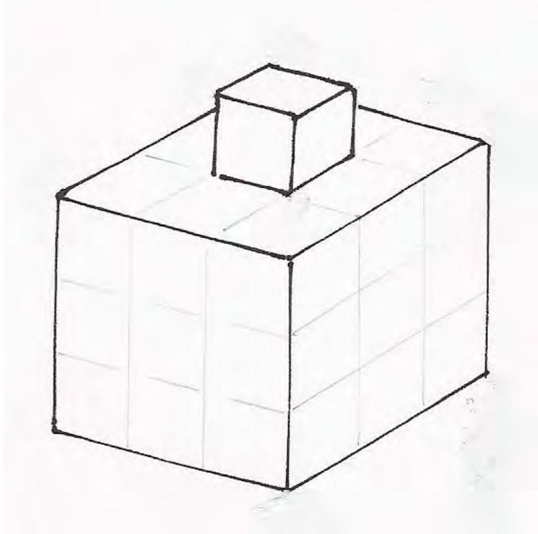
On obtient un solide d'aire minimum quand les cubes ont le maximum de faces communes avec d'autres cubes ou encore quand il est le plus « compact » possible.
Les seuls pavés que l'on puisse obtenir (décomposition de 28 en produit de 3 facteurs) sont les quatre pavés $(1\times1\times28)$ ; $(1\times2\times14)$ ; $(1\times4\times7)$ ; $(2\times2\times7)$. C'est le dernier $(2\times2\times7)$ qui a l'aire minimum car aucun des petits cubes le composant ne contribue à l'aire totale pour plus de 3 faces : les 4 cubes de chaque extrémité du pavé contribuent chacun pour 3 faces, soit $(2\times4)\times3$ **faces**, et les $(4\times5)$ cubes "intérieurs" contribuent chacun pour 2 faces, soit $(4\times5)\times2$ **faces**.
Son aire est donc (24 +40) **faces**, soit <u>64 **faces**, ou 256 dm².</u>
Mais on peut essayer de se rapprocher de la forme la plus compacte qui est celle du cube de volume $(28\times8)$ dm$^3$ en construisant un gros cube avec 27 cubes élémentaires et en posant le 28$^{\text{ème}}$ dessus.
Le gros cube a 6 faces carrées d'aire $(3\times3)$ **faces** et ce solide a donc une aire de $[(6\times9) - 1] + 5$ **faces** ou <u>58 **faces**, ou 232 dm².</u>
L'aire trouvée pour ce solide est nettement inférieure à l'aire trouvée pour le pavé précédent , cependant rien ne nous assure que ce solide soit le « meilleur ».

<u>Remarque :</u>
La justification proposée ici n'est pas une démonstration, elle ne permet pas de savoir si on a vraiment trouvé le solide d'aire minimum.

*Voici deux vues d'un de ces solides :*
- à gauche en perspective cavalière,
- à droite en perspective axonométrique.

*On a choisi ici de placer le 28ème petit cube au centre d'une face du gros cube ; il y a deux autres positions possibles (aux symétries et rotations près) : à "l'angle" de la face et au "milieu" d'un côté de la face carrée.*





**EXERCICE 2**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 0,001 | $2\times10^{-2}$ | 0,5 | 1,01 | 11 + 0,1 |
| $X^2$ | 1 | 0 | $10^{-6}$ | $4\times10^{-4}$ | 0,25 | 1,0201 | 123,21 |
| $X^3$ | -1 | 0 | $10^{-9}$ | $8\times10^{-6}$ | 0,125 | 1,030301 | 1367,631 |
| 2x + 1 | -1 | 1 | 1,002 | 1,04 | 2 | 3,02 | 23,2 |

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES.**

Les réponses aux questions posées sont dans l'ordre :
Masse de pommes : 985 g ; Masse du paquet : 2,340 kg ; Masse du panier vide : 620 g, Masse du panier plein : 5,110 kg ; Masse des cerises : 4 490 g.

**Question a**

Les exercices nécessitent de nombreuses compétences travaillées dès le cycle 2 et surtout en CE2, mais la demande faite à l'élève de fournir les masses en kg donc de produire des écritures décimales, renvoie cet exercice au niveau CM1.

**Question b**

Les compétences nécessaires pour résoudre les problèmes posés sont les suivantes :
- Traduire par une relation numérique une situation d'équilibre représentée de manière figurative ;
- Comprendre le principe de pesée (différences de masses, et double pesée) ;
- Convertir les unités de masse (1kg = 1000 g) ;
- Maîtriser les écritures décimales ;
- Reconnaître une situation additive relevant de la composition d'états[11] (partie, partie, tout) ;
- Trouver une procédure de calcul pour connaître le terme manquant d'une somme ;
- Donner le résultat dans l'unité imposée, difficile à repérer et différente pour chaque calcul (notée au bout des pointillés de l'espace réponse).

Trois ou quatre de ces compétences peuvent être choisies pour être évaluées par ces exercices.

**Question c**

On distingue trois exercices successifs :
- Pour les pommes, la situation est comprise, mais il y a une erreur sur le chiffre des dizaines (erreur de calcul ? confusion entre les chiffres 8 et 3 ?) ;
- Pour le paquet, la situation d'équilibre est comprise, l'élève semble avoir considéré la masse d'un kg comme une masse d'un gramme ou alors il additionne les nombres sans s'occuper des unités (502-160 = 342). De plus la réponse demandée en kg est donnée en g.

Pour le panier de cerises, la situation de double pesée est comprise.
Pour le calcul de la masse du panier plein, il y a les mêmes erreurs que pour le calcul de la masse du paquet (ajout des nombres, non prise en compte de l'unité demandée pour le résultat).

[11] *Remarque : voir étude du champ conceptuel des structures additives (G. Vergnaud) par exemple dans le Moniteur de mathématiques, résolution de problèmes au cycle 3, éd. Nathan).*

Pour la masse des cerises, il y a bien reconnaissance de la structure du problème (différence des masses) mais prise de conscience de l'impossibilité du calcul, suite à l'erreur faite à la question précédente, si toutefois on fait l'hypothèse que c'est bien l'élève qui a raturé sa réponse.

**Question d.**

Deux aides semblent utiles pour cet élève :
Un retour à la manipulation avec une balance de Roberval et de véritables masses marquées pourrait être une aide pour qu'il comprenne qu'une masse d'un kilogramme n'est pas une masse d'un gramme.
Pour la rédaction, le maître pourrait décider de demander dans un premier temps toutes les réponses en grammes, puis dans un second temps, toutes les réponses en kilogrammes.

*(sujet page 100)*

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**EXERCICE 1.**

**Question a**

Le texte de Stella Baruk ne donne pas à proprement parler une méthode pour aborder la numération. Il met davantage en évidence des dérives dommageables pour un bon apprentissage. Néanmoins on peut déduire de cette introduction quelques principes :
L'approche des nombres pourrait suivre une démarche analogue à celle de l'apprentissage de la langue :
- Privilégier le sens ;
- Accorder les différentes expériences entre le vu, le su, le lu et l'entendu ;
- Accroître l'importance du « dit » ;
- Utiliser les moyens naturels pour compter (notamment les doigts) et les travailler en classe ;
- Ne pas calquer la progression de l'apprentissage sur l'ordre des nombres entiers ;
- Comprendre que l'abstraction peut être présente dans des situations très élémentaires, même pour de très jeunes élèves, et donc comprendre que faire des mathématiques avec eux, ce n'est pas seulement manipuler des objets.

Par ailleurs Stella Baruk insiste sur les conditions affectives d'un apprentissage réussi (notamment l'acceptation des erreurs, les encouragements, les stimulations, le report des évaluations sommatives) et sur l'importance que le maître montre la confiance qu'il accorde à chaque élève sur ses capacités à raisonner et à apprendre.

**Question b**

La classe de Cours Préparatoire B dans laquelle on utilise les exercices de l'annexe 4 semble suivre une démarche plus proche des principes préconisés par Stella Baruk.
En effet les tâches proposées peuvent se décliner en :
   - Vois-tu cinq objets ?
   - Peux-tu dire « cinq » ?
   - Reconnais-tu l'écriture littérale « cinq » ?
   - Reconnais-tu le chiffre « cinq » ?
   - Ecris le mot cinq.
   - Ecris le chiffre 5.

Elles permettent donc de diversifier les approches du nombre cinq en mettant en avant l'importance du mot-nombre dit et entendu.

Les tâches proposées dans la fiche pour la classe du CP A sont les suivantes :
   - Identification de collections équipotentes dont l'une est une collection témoin (les doigts)

- Dessin d'une collection dont le cardinal est donné de différentes manières (le lien entre les différentes représentations est effectué par la fiche et n'est donc pas à la charge de l'élève) ;
- Reconnaissance des configurations des doigts ;
- Apprentissage de la graphie des chiffres ;
- Identification de l'écriture chiffrée du cardinal d'une collection.

Ces différentes tâches s'appuient exclusivement sur ce qui est vu et écrit, au détriment de tous liens avec ce qui est dit ou entendu.

*Remarque :*
*Il est difficile à partir des fiches proposées de se faire une idée de l'ensemble de la séquence à l'issue de laquelle elles ont été données et donc d'apporter une appréciation très argumentée sur la manière dont les « principes » de Stella Baruk ont été pris en compte.*

**Question c**

Analysons le premier exercice de l'annexe 3 « Relie les images aux doigts » :
- La compétence attendue est la maîtrise de la notion «autant que » entre deux collections d'objets, celle des canards nageant dans une mare et celle des doigts levés d'une main (notons que l'utilisation du nombre n'est pas nécessaire pour réussir cette tâche).

La consigne écrite ne précise pas le critère choisi pour relier. On ignore de plus la manière dont cette consigne a été donnée par l'enseignant.
- L'élève a donné un sens au mot « relier » puisque dans chaque cas, il a mis un lien entre un doigt et un canard. Il ne prend donc pas en compte la notion de collection.
- Il n'y a pas de trace de « correction », mais seulement un refus de la réponse (barrée d'un trait). C'est peut-être au cours d'un échange oral avec l'élève concerné que le maître a permis à celui-ci de comprendre quelle était la tâche attendue.
- Pour évaluer plus précisément la compétence visée sans la modifier, voici deux propositions :

Première proposition en ne s'autorisant qu'à changer la consigne :
« Tu vois des images de mares avec des canards et des images de mains avec des doigts levés. Relie par un trait les deux images où il y a autant de canards dans la mare que de doigts levés, pas un de plus, pas un de moins. »

Deuxième proposition en s'autorisant à changer un peu l'exercice :
Chaque élève disposerait d'images mobiles représentant des mares avec un, deux ou trois canards. Le maître montrerait sa main avec un, deux ou trois doigts levés, les élèves devraient lever l'image correspondante. Cette modification impliquerait sans doute davantage l'élève dans la tâche.

*Pour de plus amples informations sur l'apprentissage du nombre en cycle 2, se reporter par exemple à l'ouvrage Apprentissages numériques et résolution de problèmes. CP. ERMEL, Hatier. (1991)*

**EXERCICE 2.**

**Question a**

La présentation de la technique opératoire de la division donnée en annexe 5 correspond à une étape de l'apprentissage de la technique opératoire traditionnelle en vigueur jusqu'en 1970. Le seul emprunt aux méthodes actuelles est la présence des soustractions intermédiaires dans le corps de la « potence ».
Analysons plus en détail cette opération posée et le commentaire qui l'accompagne.
- La division à effectuer n'est pas annoncée ;
- La consigne « tu poses la soustraction » est incompréhensible ;
- Les raisons des différents calculs ne sont ni explicitées ni justifiées ;
- Les soustractions sont posées de manière erronée (par exemple ce n'est pas 50 qu'il faut soustraire au nombre 6284 mais 50 centaines à soustraire à 62 centaines, le résultat de cette soustraction devrait être 12), dans une soustraction posée, les chiffres de même ordre doivent se trouver les uns sous les autres.
- Lors de la détermination du second chiffre du quotient, le texte propose de remplacer « en 128 combien de fois 25 », par « en 12 combien de fois 2 » et curieusement la réponse proposée est 5 au lieu de 6, par anticipation de l'effet des 5 unités de 25 dans le produit 6×5, sans que ce raisonnement ne soit explicité.
- A la fin de la procédure, on ne sait pas explicitement quel est le quotient et quel est le reste.
- Aucune vérification finale 25×251 + 9 = 6284 n'est proposée.

En conclusion, la technique présentée ici relève davantage de « la magie » que d'une procédure raisonnée.

**Question b**

La construction de la technique opératoire est une étape importante de l'apprentissage de la division euclidienne, après un travail important sur le sens de cette “opération” par la résolution de nombreux problèmes (en utilisant des procédures de calcul personnel). Elle débute en CM1 et se poursuit en CM2. Elle se met en place en donnant du sens à chaque étape du calcul posé qui se « mécanisera » par la suite.
Il ne semble pas pertinent pour des élèves déjà bien habitués à manipuler des écritures numériques de revenir à une manipulation de matériel multibase de manière systématique.

Si toutefois l'enseignant fait ce choix, il semble important de suivre une progression en trois grandes phases.
Prenons comme exemple la division de 2465 par 23 :
<u>Première phase</u>
On représente 2465 avec le matériel (2 gros cubes, 4 plaques, 6 barres et 5 petits cubes).
Il s'agit ensuite de répartir ce matériel en 23 tas composés du même nombre de cubes. On peut alors successivement :
- échanger chaque gros cube contre 10 plaques, on a donc 24 plaques ;
- distribuer une plaque pour chaque tas, il en reste une que l'on échange contre 10 barres, on a donc en tout 16 barres que l'on ne peut pas répartir telles quelles ;

- échanger chaque barre contre 10 petits cubes, ce qui donne en tout 165 petits cubes ;
- répartir les petits cubes, un à un ou par paquets, équitablement dans chacun des tas, ce qui fait 7 cubes par tas. Il reste 4 petits cubes que l'on ne peut pas répartir.

Chaque tas contient donc une plaque et 7 cubes soit 107 petits cubes.
Le quotient de la division est donc 107 et le reste 4.

<u>Deuxième phase : production d'un écrit traduisant cette manipulation.</u>

Chaque étape de la manipulation est associée à une étape de la potence.
Par exemple au niveau du chiffre des centaines du quotient : Il désigne le nombre de plaques dans chaque tas.
Les 23 plaques sont retirées aux 24 plaques dans la partie gauche de la « potence » la différence entre 2465 et 2300 (165) représente une plaque, 6 barres et 5 cubes restant à répartir, etc.

<u>Troisième phase</u>

Abandon du matériel et de la manipulation et systématisation de la technique de recherche du quotient et du reste en quatre temps :
1) recherche du nombre de chiffres du quotient par encadrement de multiples du diviseur (puissances de 10) ;
2) calcul posé en potence ;
3) écriture de la division euclidienne en ligne permettant la vérification du calcul ;
4) désignation du quotient et du reste obtenus.

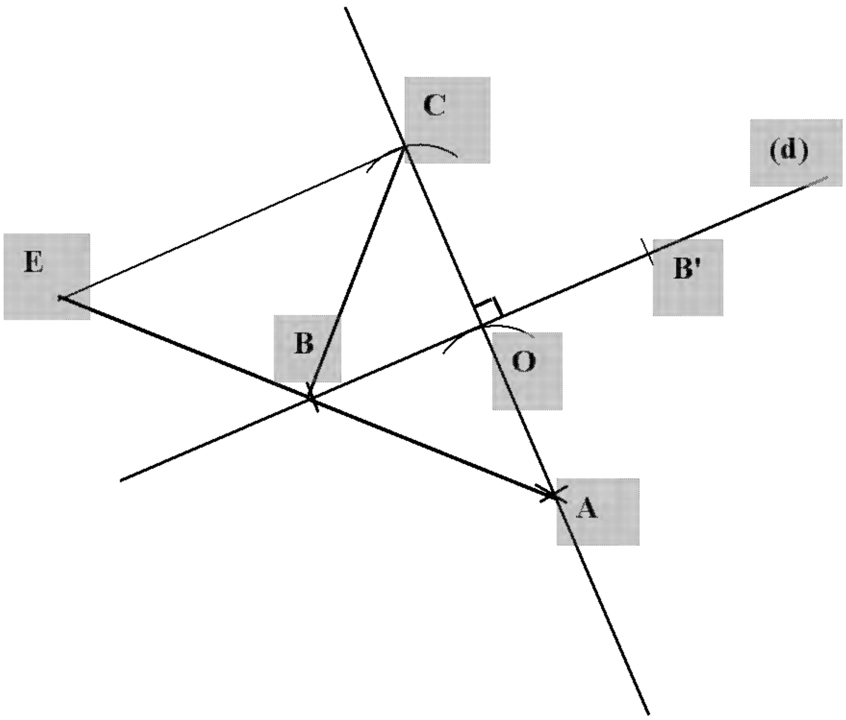
# ORLÉANS –TOURS, POITIERS

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIERE EPREUVE (8 POINTS)
### MAITRISE DE CONNAISSANCES MATHEMATIQUES.

**EXERCICE 1**




**Question 1a**
**Construction.**

C doit être le symétrique de A par rapport à (d).
(d) doit donc être la médiatrice de [ AC].

**Question 1b**
**Description et justification de cette construction.**

Plusieurs constructions sont possibles :

<u>Description :</u>
Tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par A. pour cela, on pourra prendre un point B' tel que AB' = AB (sinon A pourrait ne pas appartenir à la médiatrice de [BB']) sur la droite (d) et tracer la médiatrice du segment [BB'].
Cette médiatrice coupe la droite (d) en O.
A l'aide du compas, reporter sur cette médiatrice la longueur AO, à partir de O. On obtient le point C symétrique de A par rapport à (d).

<u>Justification :</u>
(AC) est perpendiculaire à (d) par construction, OA=OC par construction donc A et C sont symétriques par rapport à (d)

<u>Description :</u>
Tracer le cercle de centre B et de rayon BA, placer un point B' quelconque sur (d), tracer le cercle de centre B' et de rayon B'A. C est le second point d'intersection de ces deux cercles

<u>Justification :</u>
B est à égale distance de A et C (cercle de centre B et de rayon BA) et B' est à égale distance de A et C (cercle de centre B' et de rayon B'A). Les deux points sont donc sur la médiatrice de [AC] et (BB') soit (d) est donc bien la médiatrice de [AC].

<u>Description :</u>
Déterminer le milieu M de [AB] en traçant la médiatrice de ce segment à l'aide du compas.
Tracer le cercle de diamètre [AB] (centre M et rayon MA), son second point d'intersection avec (d) détermine O.
A l'aide du compas, reporter sur la droite (AO) à partir de O, la longueur AO. On obtient le point C symétrique de A par rapport à (d).

<u>Justification :</u>
(BOA) est rectangle en O (O sur le cercle de diamètre [AB])
OA = OC
(d) perpendiculaire au segment [AC]en son milieu est donc médiatrice de [ AC].

*<u>Remarque :</u>*
*Si le candidat choisit le quadrillage modèle EN, il aura intérêt à choisir une droite (d) selon l'une des deux directions des lignes du quadrillage, et à placer les points A et B sur des nœuds du quadrillage. Il échappe ainsi au tracé de la perpendiculaire et le point C symétrique de A par rapport à (d) se place en dénombrant un nombre de carreaux.*

**Question 2**
**Construction du point E symétrique de A par rapport à B.**

Pour cette construction, on prolonge le segment [BA] dans le demi plan déterminé par (d) et le point C. Puis à l'aide du compas, on reporte la longueur AB de l'autre côté de B. On obtient le point E

**Question 3**
**Nature du triangle ACE.**

Plusieurs réponses sont possibles :

1) Le triangle ABC est isocèle car le point B est équidistant de A et de C.
Donc BA = BC
D'autre part, E est le symétrique de A par rapport à B. On a donc AB = EB.
D'où BC = BE = BA.
Les points E, C et A sont donc situés sur un cercle de centre B et de rayon [BC]
[AE] est un diamètre de ce cercle.
Donc **le triangle ACE est rectangle en C.**

2) B est milieu de [AE], O est milieu de [AC] donc la droite (BO) soit (d) est parallèle à (EC) (droite des milieux dans un triangle).
Or (d) est perpendiculaire à (AC) donc (EC) est perpendiculaire à (AC) .
**Le triangle ACE est donc rectangle en C.**

**Question 4**
**Nature du triangle BEC.**

Ce **triangle est isocèle** en B car BC = BE
*Remarque : Malgré l'apparence de la figure précédente, le triangle ABC n'a aucune raison d'être rectangle en B.*

**EXERCICE 2**

**Question a**
**De 1990 à 1999, la population de la ville A a diminué de 2 %. Quel était le nombre d'habitants en 1999 ?**

En 1990 la population était de 56 800. Si elle a diminué de 2 %, elle était donc de 56 800 – 56 800 x 2% = 56 800 x 0,98 = 55664
<u>La ville A possédait 55664 habitants en 1999.</u>

**Question b**
**De 1990 à 1999, la population de la ville B a augmenté de 5 %. Combien comptait-t-elle d'habitants en 1990 ?**

Soit x le nombre d'habitants en 1990.
x + 5%x = 82 845. Soit 1,05 x = 82 845 soit x = $\frac{82845}{1,05}$ = 78 900

**La ville B possédait 78 900 habitants en 1990.**

**Question c**
**Le pourcentage d'augmentation entre ces deux années de la population de la ville C est-il supérieur à celui de la ville ? Pourquoi ?**
Soit x le pourcentage d'augmentation de la ville C. soit y le pourcentage d'augmentation de la ville D. On a :

48 200 (1 + x%) = 49650 soit 1 + x% = $\frac{49650}{48200} \approx$ 1,0301. Ce qui donne un taux légèrement supérieur à 3%

et 71 090 (1 + y%) = 73 150 soit 1 + y % = $\frac{73150}{71090} \approx$ 1,0289. Ce qui donne un taux inférieur à 2,9 %

**Oui, le pourcentage d'augmentation des habitants de la ville C est légèrement supérieur à celui de la ville D. Il est de 3 % alors que celui de la ville D est de 2,9%**

**EXERCICE 3**

**Question 1**
**Hauteur h du cône en cm.**

La contrainte du bureau d'études est que le volume V du cône rempli doit être égal au volume de la demi boule.

On a donc $\frac{1}{3}\pi$ r²h = $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi$ r$^3$

Ce qui donne après simplification : h = 2 r.
Si le diamètre est de 4 cm, le rayon est donc de 2 cm. Ce qui fait que **la hauteur du cône vaut 4 cm.**

**Question 2**
Lors d'une deuxième étude, en gardant la même forme du cône, on décide de doubler sa hauteur.

**Question 2a**
**Combien ce nouveau cône rempli peut-il contenir d'équivalents de boules de 4 cm de diamètre ?**

Si on double la hauteur, h' = 8 cm. Le volume du cône est multiplié par $2^3$ c'est à dire par 8.
Vérification :

Il vaut donc V' = $\frac{1}{3}\pi$ x 16 x 8 = $\frac{1}{3}\pi$ x $2^7$ (cm$^3$)

Les demi boules de 4 cm ont un volume V de $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi\ 2^3 = \frac{1}{3}\pi \times 2^4$ (cm$^3$)

D'où V' = $2^3$ V.
Le nouveau cône contient 8 fois plus de glace que la demi boule de 4 cm de diamètre.

Or la contrainte était que le volume du cône initial vaut le volume d'une demi boule de diamètre 4 cm. Il y a donc 8 demi boules de 4 cm. **Soit 4 boules de diamètre 4 cm**.

**Question 2b**
**Le calcul du nombre d'équivalents de boules de 4 cm de diamètre relève-t-il d'une situation de proportionnalité ?**

Soit $n_B(h)$ le nombre de boules pour une hauteur h.
Nous avons calculé deux valeurs images pour cette fonction :
$n_B(4) = \frac{1}{2}$ et $n_B(2 \times 4) = 4$
Cette fonction ne vérifie pas la propriété multiplicative de la linéarité : deux fois plus de hauteur ne donne pas deux fois plus d'équivalents boule.( En doublant la hauteur le nombre le boules est multiplié par 8).
**Le calcul du nombre d'équivalents de boules ne relève donc pas de la proportionnalité.**

**Question 2c**
**Le nouveau cornet vérifie-t-il la même contrainte que le premier c'est à dire égalité du volume du cône et du volume de la demi boule qui le surmonte ?**

Les nouvelles demi boules offrent un volume de $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi\ 4^3 = \frac{1}{3}\pi \times 2^7$. **C'est bien le même volume que le cornet.**
Autre façon de voir : en doublant la hauteur du cornet, nous doublons aussi le diamètre de la demi boule. Le volume de la demi boule est multiplié par 8, comme le volume du nouveau cornet.

**Question 3**
**Effet d'un agrandissement ou d'une réduction.**

Dans l'agrandissement ou la réduction (homothétie) les mesures sont multipliées par k et les volumes par $k^3$.
**Un cône idéal se transforme donc en un cône idéal par agrandissement ou réduction.**
**Nous conservons donc l'égalité entre les volumes des cônes et les volumes de demi boules.**

**DEUXIEME EPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

*Remarque préalable :*
*Il n'y a pas identité entre les consignes données par le maître et les consignes écrites sur la fiche élève.*

**Question 1**
**Notion mathématique mise en jeu dans l'activité.**

La notion experte est « la division euclidienne » dans le cadre d'une situation de division-quotition.
On peut répondre aussi que, s'agissant d'élèves de début de CE2, la notion mathématique est la décomposition d'un nombre (23) sous forme d'une somme ayant un maximum de termes égaux à un nombre donné (4) complété par le reste (3). Le nombre peut aussi s'exprimer à l'aide d'écritures mixtes :

$$23 = (4\times5) + 3 \text{ ou bien } 23 = (4 \times 3) + 4 + 4 + 3$$

*Remarque :*
*Il y a confusion entre les mots "activité" et "problème". Ici il s'agit plutôt d'un problème présenté lors d'une évaluation.*

**Question 2**
**Objectifs visés.**

Pour le maître, il s'agit de mettre en œuvre une évaluation diagnostique proposée par l'évaluation nationale de CE2.

Objectif général (maître) :
s'assurer qu'un élève est capable de comprendre un énoncé, résoudre le problème et formuler les réponses.

Objectif notionnel (élève) :
résoudre un problème de division euclidienne en utilisant une procédure de son choix.

**Question 3**
**Par élève, procédure utilisée et analyse des erreurs.**

| | Procédure utilisée | Analyse des erreurs éventuelles |
|---|---|---|
| Elève A | Représente les élèves sous forme de constellation de 5. Il repère un groupe de 4 | L'organisation spatiale de son travail s'oppose à la réalisation d'un cinquième paquet. Cela le conduit à mettre 7 élèves parmi ceux qui ne constituent pas une équipe de 4. |

| | | |
|---|---|---|
| | élèves dans chacune des 4 constellations de 5. | La réponse est conforme à son schéma. Elle est erronée. |
| Elève B | Utilise une procédure numérique :<br>décomposition de 23 sous forme d'une somme ayant un maximum de termes égaux à 4. | Pas d'erreur, les deux réponses sont correctes. |
| Elève C | Dessine 23 ronds représentant les élèves, effectue deux calculs additifs : 23 + 4 et 23 + 23 corrects. | L'élève sait dénombrer jusqu'à 23 : son schéma l'atteste. Il ne peut utiliser cette connaissance pour conclure.<br>Il associe, dans l'ordre, les données du problème : 23 et 4 par l'addition, seule opération qu'il connaît.<br>23 +23 est plus difficile à interpréter.<br>La première réponse (vraisemblablement 27) est erronée. Elle a été barrée.<br>Il n'y a pas de seconde réponse. |
| Elève D | Nous faisons l'hypothèse que l'élève a mémorisé le fait que $4 \times 5 = 20$ et qu'il l'illustre en représentant les élèves sous forme d'une série de points qu'il entoure dès qu'il en obtient 4. Il dessine ensuite les 3 derniers correspondants aux 3 élèves qui ne formeront pas une équipe. | Pas d'erreur, les deux réponses sont correctes. |

## SECOND VOLET (8 POINTS)

**PARTIE 1 (Activité A) :**

**Question 1a**
**Notion mathématique étudiée.**

Il s'agit de la symétrie axiale : symétrie orthogonale par rapport à une droite.
Les tâches consistent essentiellement à reconnaître et à construire des figures ayant un ou plusieurs axes de symétrie. Dans le document A, le support est le papier blanc. Dans le document B, le support est le papier quadrillé.

**Question 1b**
**Compétences exigibles en fin de cycle 3 sur cette notion.**

Il s'agit pour l'élève de :
reconnaître les axes de symétrie d'une figure plane
compléter une figure par symétrie axiale
(compétences par cycle 1991)

percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie et le vérifier en utilisant plusieurs techniques (pliage, papier calque, miroir)
compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir.
tracer sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée
utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie
(compétences programmes 2002)

*Remarque :*
*Connaître toutes les compétences exigibles sans documentation n'est pas chose aisée.*

**Question 1c**
**Propriétés de la symétrie axiale utilisées implicitement.**

La symétrie axiale est définie comme une transformation conservant l'isométrie (forme et dimensions) des figures à un retournement près.

Pour le document A, cette symétrie est réalisée par des pliages et des découpages, papier plié.
Pour le document B, cette symétrie est réalisée par décalque du motif et retournement du calque pour tracer la figure transformée.

**Propriété : un point et son symétrique sont à égale distance de l'axe de symétrie ou l'axe de symétrie est médiatrice de tout segment joignant deux points symétriques**

Pour le document A cette propriété est utilisée implicitement pour reconnaître des motifs symétriques (découverte) et réaliser des figures particulières (carré, triangle, rectangle), des objets (napperons, ribambelles) en imaginant les axes de symétrie.

Pour le document B cette propriété est utilisée implicitement pour tracer une figure symétrique (exercices 1, 3 et 5) ou tracer un axe de symétrie (exercice 2, 4).

**Question 2a**
**Document A.**

- **Les étapes de la démarche de la partie découverte.**

A la lecture des consignes du manuel de l'élève on peut proposer les étapes suivantes :

| *Etapes de la démarche* | *Tâches de l'élève* |
|---|---|
| Reconnaître des figures symétriques | 1. reconnaissance visuelle de figures symétriques (réalisées à partir de pliages découpages) |
| Réalisation d'une figure symétrique dans le contexte d'un pliage imposé<br>a) motif quelconque | 2. réaliser par pliages et découpages une figure quelconque ayant 4 axes de symétrie dont la disposition est imposée par le pliage (pliage dit « rosace ») |
| b) motifs conformes à un modèle (carte F) | 3. rechercher par tâtonnement de type essais erreurs, dans le cadre d'un pliage imposé (pliage dit « rosace »), une figure symétrique identique à un modèle. |

*<u>Remarque :</u>*
*Il est difficile de connaître la démarche car nous ne sommes pas en possession du livre du maître. Bien souvent, celui-ci propose des activités qui ne sont pas dans le manuel de l'élève et le candidat n'a aucune idée des modalités de travail proposées.*
*En fait, les phases sont explicitées de façon très détaillée dans le livre du maître (pages 209 et 210)*
*Exemple de la première phase :*

| *Phases* | *Structures pédagogiques* | *Tâches de l'élève* | *Rôle du maître* |
|---|---|---|---|
| *Phase 1 : à la découverte des cartes de voeux* | *collectif* | *Observer des dessins*<br>*Réaliser des napperons*<br>*Rechercher des axes de symétrie.* | *Introduire du vocabulaire.*<br>*Faire constater des régularités* |

• **Difficultés prévisibles.**

Reconnaissance de figures symétriques :
Si les élèves n'ont jamais réalisé des « napperons » il sera pour eux difficile d'imaginer les productions possibles.
Si cela fait partie de leurs expériences, seul le dessin D sera difficile à pointer comme impossible à réaliser. Les dessins B et C sont plus faciles à éliminer.

Réalisation d'une figure symétrique dans le contexte d'un pliage imposé :

a) motif quelconque

- Difficulté à :
• fabriquer un carré de 21 cm de côté.
• réaliser le pliage à partir des seules indications du manuel et obtenir des plis soignés.

b) conforme à un modèle

**Les élèves connaîtront de plus grandes difficultés à réaliser cette tâche.**
- Difficulté à effectuer toutes les découpes, à positionner les découpes sur les bons plis ou les bons bords et au bon endroit, à orienter les coups de ciseaux, à respecter les dimensions des découpes.
- Difficulté à percevoir si leur réalisation est conforme au modèle (degré de tolérance).
- Difficulté à tout recommencer en cas d'échec.

**Question 2b**
**Document B.**

• **Les étapes de la démarche.**

Réaliser à l'aide d'un calque, sur un support de papier quadrillé, une figure symétrique d'une figure donnée.

L'algorithme est le suivant :

• choix d'un axe de symétrie et reproduction d'un polygone
• tracé sur le calque du polygone et retournement du papier calque selon l'axe de symétrie
• décalque du polygone pour obtention du symétrique
• vérification par pliage.

Commentaires sur les propriétés de la figure obtenue et introduction du vocabulaire *« symétriques ».*

Les "bons" commentaires escomptés pourraient être les suivants :

• figures ressemblantes mais non superposables
• sommets sur les nœuds du quadrillage, situés à la même distance de l'axe que les sommets dont ils sont issus.

*Remarques :*
*- Nous notons la même difficulté que précédemment pour répondre à la première partie de la question.*

*Le livre du maître propose une mise en œuvre en deux étapes : la première étant de réaliser une figure symétrique d'un quadrilatère quelconque sur une feuille blanche non quadrillée, la seconde de réaliser le même algorithme de tâches sur un support de papier quadrillé ( c'est l'activité décrite dans le manuel de l'élève)*
*- Les "bons" commentaires notés ici ne sont pas des formulations d'élèves.*

• **Cohérence activité et exercice 1.**

Si les bons commentaires (en particulier celui concernant le fait que **deux sommets symétriques se situent à la même distance de l'axe de symétrie** -la droite rouge-) ont été clairement mis en évidence par le professeur au cours de l'activité alors l'exercice 1 est bien adapté car il permet à l'élève de mettre en œuvre cette connaissance dans le même contexte : c'est un exercice d'entraînement.

**Question 2c**
**Enoncé des grandes étapes pour cette notion.**

Deux grandes étapes :

**1. Construction d'une connaissance concernant la symétrie axiale :**
**a) réalisation de figures symétriques** ; 2 pistes au choix :

- par pliage et découpage
- par « décalquage » et retournement

Cela permet de définir la notion de figures symétriques par rapport à un axe.

Le vocabulaire correspondant est introduit à cette occasion : figures symétriques, axe de symétrie.

**b) mise en évidence de la propriété de la distance à l'axe du point et de son image** (son symétrique).

L'utilisation d'un support : le papier quadrillé, le choix d'un axe qui suit l'une des lignes du quadrillage constituent alors de bonnes conditions d'appropriation de cette connaissance à ce niveau scolaire.

**2. Entraînement et réinvestissement de cette propriété** dans des tâches de construction de figures symétriques (entraînement) ou de recherche d'axes de symétrie (réinvestissement).

**Question 3a**
**Difficulté spécifique de exercice 4 document B.**

La figure proposée a bien un axe de symétrie et il s'agit pour l'élève de le tracer.
La difficulté spécifique est double :
l'axe de symétrie n'est pas parallèle à l'un des bords de la feuille
la figure n'est pas dessinée sur un support de papier quadrillé.

*<u>Remarque :</u>*

*Le fait de reproduire la figure sur un papier calque permet d'orienter différemment le motif et la première difficulté spécifique peut disparaître.*

**Question 3b**

**Choix de 3 exercices parmi ceux des documents A et B.**

*Remarque préalable :*

*Il est très difficile de répondre à cette question dès l'instant où les exercices sont issus de deux manuels différents. Dans le A, le manuel introduit la notion dans une situation de pliage découpage et dans le B dans une situation utilisant le calque et le retournement.*

*Par effet de contrat, les candidats auront certainement tendance à choisir des exercices issus des 2 documents. Nous avons sciemment fait un autre choix : celui de ne choisir des exercices issus d'un seul manuel par souci de cohérence.*

Dans le cadre de l'utilisation de l'un des deux manuels nous considérons qu'il s'agit de choisir trois exercices d'**entraînement** permettant à l'élève d'utiliser implicitement la **propriété des distances** dans des tâches de construction de figures symétriques ou de reconnaissance d'axes de symétrie.

L'introduction différente de cette notion de symétrie nous permet difficilement de mélanger les exercices issus de manuels différents.

De plus, nous considérons **qu'un entraînement doit être une utilisation de la connaissance dans le même contexte**, en conséquence notre choix se porte sur les exercices 1, 2 et 3 du document B.

Les 3 tâches sont à réaliser dans le contexte d'un support quadrillé :

- Exercice 1 : tracé d'une figure symétrique, l'axe étant dans la même orientation que lors de l'introduction de la notion
- Exercice 2 : recherche d'axes de symétrie (certaines lettres n'en possèdent pas, les axes de symétries sont dans les deux orientations des lignes du quadrillage)
- Exercice 3 : tracé d'une figure symétrique, l'axe suivant une ligne du quadrillage dans une orientation différente de celle de l'introduction.

*Remarque :*

*Le tracé du symétrique des éléments spécifiques au dessin d'un chien (museau, gueule, œil et queue) ne seront pas réalisés avec précision…ce choix de l'auteur peut paraître inutile.*

# ROUEN

*Note préliminaire :*
*Dans le corrigé qui suit, le texte en italique correspond à des compléments de formation. Ces remarques ne sont pas exigibles du candidat, elles visent à enrichir l'étude du sujet.*

## PREMIER VOLET (12 POINTS)

### PREMIÈRE ÉPREUVE (8 POINTS)
### MAÎTRISE DE CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES.

**EXERCICE 1**

**Question 1**

Les nombres divisibles par 7 sont les multiples de 7.
**0 ; 7 ; 14 ; 21 ; 28 ; 35 ;42 ;49 ;56 ;63 ; 70 ; 77 ; 84 ; 91 ; 98** constitue la liste des nombres divisibles par 7 à un et deux chiffres ; ce sont les multiples de 7 inférieurs à 100.

**Question 2 a**

Appliquons la procédure montrée à 406.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 0 | 6 | |
| - | 1 | 2 | | X 2 |
| | 2 | 8 | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 8 | 9 | 5 | |
| - | 1 | 0 | | X 2 |
| | 7 | 9 | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 9 | 0 | 6 | |
| - | | 1 | 2 | | X 2 |
| | 3 | 7 | 8 | | |

28 est divisible par 7, donc 406 aussi, en effet : 406= 7 x 58
79 n'est pas divisible par 7 donc 895 non plus, en effet : 895= 7 x 127 + 6

La procédure (retirer le double du chiffre des unités au nombre de dizaines et regarder si le nombre obtenu est divisible par 7) marche pour ces deux nombres de 3 chiffres.

378 est divisible par 7 car 378 = 7 x 54 et 3906 aussi : en effet, 3906 = 7 x 558. On pouvait aussi remarquer que 3906 est la somme de trois multiples de 7 connus (3906 = 3500 + 350 + 56).

Remarquons qu'on aurait pu appliquer la procédure encore à 378, en examinant le nombre 37 – (8 x 2) soit 21.
La procédure (retirer le double du chiffre des unités au nombre de dizaines et regarder si le nombre obtenu est divisible par 7) marche pour ce nombre de 4 chiffres.

**Question 2 b**

Il semblerait, sous réserve de justification, qu'un nombre est divisible par 7 si, et seulement si, le nombre obtenu en retirant le double du chiffre des unités à son nombre de dizaines est lui-même divisible par 7.
Ce processus est récurrent et permettrait effectivement de n'avoir à regarder que des nombres à deux chiffres.

**Question 3 a**

273 = (27 x 10) + 3 et 1856 = (185 x 10) +6

**Question 3 b**

Soit E l'entier à étudier quant à sa divisibilité par 7 : E = 10v + u
La procédure proposée conduit à étudier E' = v – 2u
Elle affirme que si E' est divisible par 7 alors E est divisible par 7 ; si E' n'est pas divisible par 7 alors E n'est pas divisible par 7.

**Question 3 c**

*La phrase d'introduction annonce un critère de divisibilité par 7 , ce qui signifie qu'il faudrait démontrer que si E' est divisible par 7 alors E est divisible par 7 et aussi que si E' n'est pas divisible par 7 alors E n'est pas divisible par 7. Cette deuxième partie réciproque de la première n'est pas demandée dans le texte[12]. Nous la donnons cependant.*

Voici plusieurs méthodes :

<u>Méthode 1 :</u>
Si E' est divisible par 7, il existe k entier tel que E' = v - 2u = 7k, soit v = 7k + 2u
Il vient E = 10v + u = 10(7k +2u) + u = 70k + 21u :
E est somme de deux multiples de 7 donc aussi multiple de 7.

---

[12] Pour démontrer qu'une proposition P (E' divisible par 7) est équivalente à une proposition Q (E divisible par 7) on peut :
- a) montrer que si P est vrai alors Q est vrai et la réciproque : si Q et vrai alors P est vrai ;
- b) ou bien montrer que si P est vrai alors Q est vrai et que si (non P) est vrai alors (non Q) est vrai.

**Nous avons ainsi montré que si E' est divisible par 7, E l'est aussi.**

*Prouvons maintenant la réciproque : si E' n'est pas divisible par 7, E ne l'est pas non plus. Là encore nous proposons deux méthodes*

*<u>Réciproque méthode 1a :</u>*
*Si E divisible par 7, on a : E = 10v + u = 7k*
*donc u = 7k –10v*
*donc E' = v – 2u = v -14k +20v = 21v –14k = 7(3v –2)*
*donc E' est aussi divisible par 7.*

*<u>Réciproque méthode 1b :</u>*
*Si E' n'est pas divisible par 7, il existe k entier et r entier non nul et inférieur ou égal à 6 tels que E' = 7k + r, soit v – 2u = 7k + r  soit v = 7k + 2u + r*
*Il vient E = 10v + u = 10 (7k +2u + r) + u = 70k + 21u + 10 r*
*E se comporte donc comme 10r vis à vis de la divisibilité par 7*
*Or 10 r ne peut prendre que les valeurs 10, 20, 30, 40, 50, 60 puisque r est un entier non nul et inférieur ou égal à 6 : or aucun de ces six nombres n'est divisible par 7.*
*Donc E n'est pas non plus divisible par 7.*

**L'intégralité de la procédure suggérée est maintenant prouvée.**

<u>Méthode 2 :</u>
Compte tenu de ce qui est à prouver, il est intéressant d'essayer d'écrire E en fonction de E' et d'un multiple de 7.
E = 10v + u  = 7v + 7u + 3v – 6u = 7v +7u + 3(v – 2u) = 7 (v + u) + 3E'      (*)
Si E' est divisible par 7, E' = 7k   et  E = 7 (v + u) + 21k : E est aussi divisible par 7.
**La preuve demandée par le texte du concours est faite.**

*Quant à la réciproque :*
*Si E est divisible par 7, E = 7q   et  3 E' = 7 (q - v + u) : 3E' est donc divisible par 7. Comme 7 est premier avec 3, d'après le lemme d'Euclide[13] (ou de Gauss), 7 divise E'.*

*L'égalité (*) prouve donc que E et E' sont tous deux soit divisibles par 7, soit non divisibles par 7. (Par contre ils n'ont pas le même reste dans la division par 7)*

## EXERCICE 2

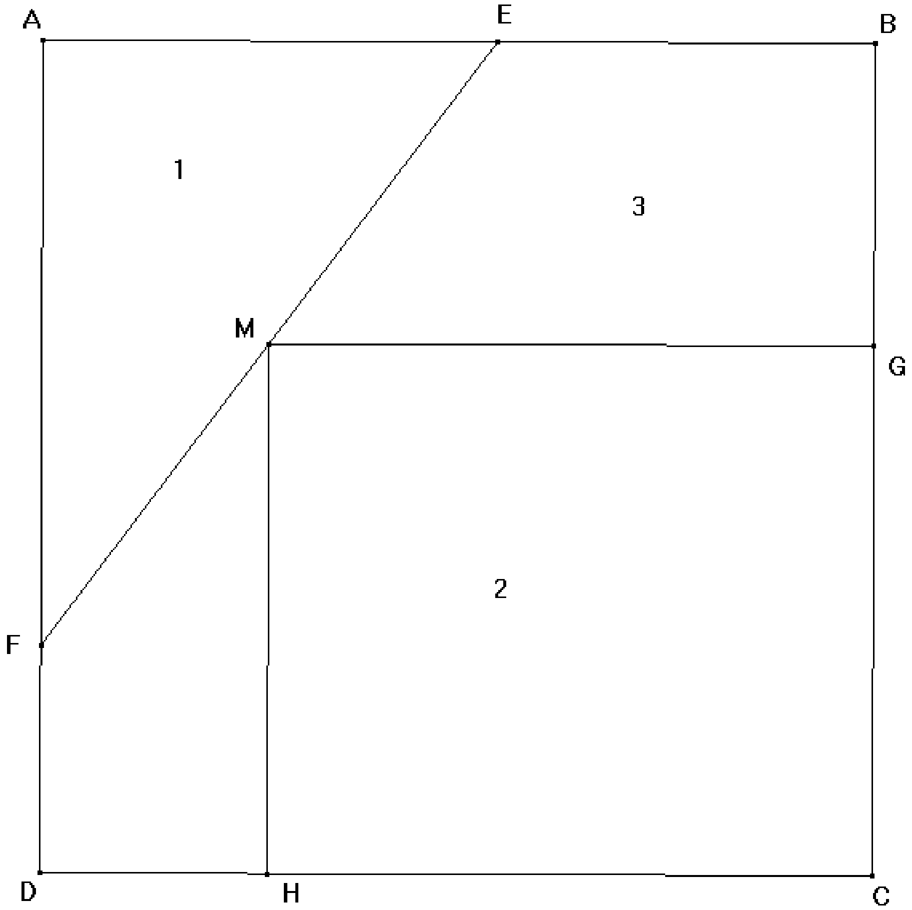
### Etude de pièces du puzzle.

### Question 1 a

*La construction ne pose pas de problème particulier. Voici un exemple de programme de construction :*

[13] Lemme d'Euclide : Si un nombre entier divise un produit d'entiers ab et qu'il est premier avec a, alors il divise b.

*Tracer un carré de coté 11 cm que l'on nomme ABCD (sens des aiguilles d'une montre).*
*Placer un point F sur le segment [AD] tel que DF = 3 cm et un point E sur le segment [AB] tel que AE = 6 cm.*
*Tracer le segment [EF] et placer son milieu M.*
*Tracer la parallèle à (AB) passant par M : elle coupe [BC] en G. Ne conserver de la droite (MG) que le segment [MG].*
*Tracer la parallèle à (AD) passant par M : elle coupe [DC] en H. Ne conserver de la droite (MH) que le segment [MH].*
*La figure en vraie grandeur est ci-dessous :*




**Question 1 b**
**Mesure de la longueur EF.**

*Sur le dessin, on peut lire EF = 10 cm.*

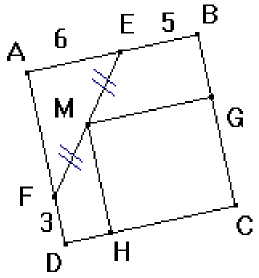
*Mais il s'agit de trouver la longueur dans une problématique théorique, en nous appuyant sur les données :*

*l'angle $\widehat{EAF}$ est droit (c'est un angle de carré).*
*AE = 6 cm    AF = 8 cm   (car AF = AD - FD ; AF = 11cm et FD = 3cm)*

Nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AEF

$$FE^2 = AF^2 + AE^2 = 6^2+8^2 = 100$$

donc **FE = 10 cm.**



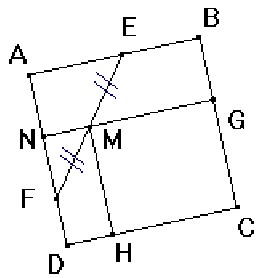

**Question 1 c**
**Mesure de la longueur MN.**

Sur le dessin, on peut lire en effet MN = 3 cm.

Dans une problématique théorique, nous savons que (MN) est parallèle à (AB) et que M est le milieu de [EF]. Le théorème de Thalès dans le triangle AEF nous dit que :

N est le milieu de [AF] , donc que FE = 2 FM et que $\frac{FN}{FA} = \frac{FM}{FE} = \frac{NM}{AE}$.

Il vient : AE = 2 NM, donc **MN = 3 cm**.




**Question 1 d**

Par déduction, on obtient les mesures en cm suivantes :

| MG | BG | GC | CH | MH |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 4 | 7 | 8 | 7 |

Tableau 1

**Question 1 e**

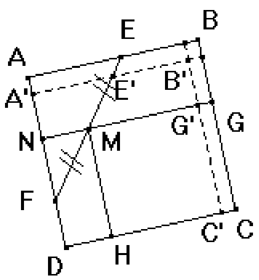
| Pièce | Pièce 1 (AEF) | Pièce 2 (MGCH) | Pièce 3 (MEBG) |
|---|---|---|---|
| Aire en cm$^2$ | 24 | 56 | 26 |

Tableau 2

*En voici les justifications (non demandées) :*
*AEF est un triangle rectangle : son aire est celle de la moitié d'un rectangle de 6cm sur 8 cm.*
*MGCH est un rectangle de 8 cm sur 7 cm*
*MEBG est un trapèze rectangle : son aire peut se trouver de diverses façons.*

- c'est l'aire du carré (121cm$^2$) moins celle du triangle AEF (24cm$^2$) moins celle du rectangle NGCD (77cm$^2$) plus celle du triangle rectangle NMF (6cm$^2$).
- c'est l'aire du rectangle formé sur EBG (5cm sur 4cm) plus celle d'un triangle rectangle d'hypoténuse [EM] et dont un des angles est GME (6 cm$^2$).
- c'est la moitié de celle d'un rectangle de 13 cm sur 4 cm (formule de l'aire d'un trapèze rectangle).

**Etude d'une section du puzzle.**




**Question 2a**
**Longueurs A'E' et FE'.**

*Le triangle AEF et la droite (A'E'), parallèle à (AE) forment une configuration de Thalès. Les triangles AEF et A'E'F sont homothétiques et leurs longueurs correspondantes sont proportionnelles. On a donc les égalités suivantes :*

$$\frac{FA'}{FA} = \frac{FE'}{FE} = \frac{A'E'}{AE} \quad \textit{ce qui donne puisque} \quad \frac{FA'}{FA} = \frac{8-1}{8}$$

*A'E'=* $\frac{7}{8}$*AE =* $\frac{21}{4}$ *cm = 5,25 cm et FE' =* $\frac{7}{8}$*FE=* $\frac{35}{4}$ *cm = 8,75 cm*

**Question 2 b**

**La pièce A'E'F est une réduction de l'ancienne AEF :** en effet les triangles A'E'F' et AEF sont homothétiques. L'échelle de réduction est égale au rapport de deux longueurs, par exemple A'E' et AE : soit $\frac{7}{8}$ ou 0,875.

**Question 2 c**

<u>Méthode 1 :</u>

**La pièce MG'C'H n'est pas une réduction de l'ancienne MGCH :** en effet une seule longueur a changé (la longueur HC' a diminué) ; l'autre, MG, est restée la même. Le rectangle MGCH a été déformé.

<u>Méthode 2 :</u>
Le tableau n°3 donné confirme d'ailleurs que MG'C'H est un carré, alors que MGCH ne l'était pas. Le rectangle MGCH a été « déformé » en carré.

<u>Méthode 3 :</u>
Les angles sont conservés dans le passage de MGCH à MG'C'H, mais les longueurs (en utilisant aussi le tableau n°3) ne sont pas réduites « de la même façon »
$\frac{MG'}{MG} = \frac{7}{8} < 1$ et $\frac{G'C'}{GC} = \frac{7}{7} = 1$
**MG'C'H n'est donc pas une réduction de MGCH**.

**Question 2 d**

**La pièce ME'B'G' n'est pas une réduction de l'ancienne MEBG :** les angles sont conservés dans le passage de ME'B'G' à MEBG, mais les longueurs (en utilisant aussi le tableau n°3) ne sont pas réduites « de la même façon ».
E'B' = A'B' – A'E' = 10 – 5,25 = 4,75
$\frac{E'B'}{EB} = \frac{4{,}75}{5} = 0{,}95$ et $\frac{B'G'}{BG} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

**DEUXIÈME ÉPREUVE (4 POINTS)**
**ANALYSE DE TRAVAUX D'ELEVES**

*PROBLEMES*

**Question 1**

Trois textes sont proposés à l'étude. L'analyse des ressemblances et des différences peut revêtir plusieurs aspects. Dans le contexte de l'épreuve, on peut penser que seront valorisés ceux déterminant pour les apprentissages mathématiques.

Ressemblances :

Ils concernent la même personne, un éleveur de volaille. Ils utilisent un vocabulaire lié à des animaux de la ferme.

Leur syntaxe grammaticale est relativement simple : temps au présent, une proposition unique ou deux propositions juxtaposées.

Une seule question pour chaque texte, un calcul à faire de tête et un mot difficile à interpréter : le mot « approximatif ».

*Il n'est pas dit si ces textes sont à lire par l'élève ou lus par le maître. Or il s'agit de problèmes nécessitant chacun une seule opération par écrit. Si un texte est fourni, les élèves ont les nombres écrits sous leurs yeux, contrairement à ce qui se passerait dans un calcul mental entièrement oral. Les élèves peuvent ainsi imaginer l'opération écrite en regardant les nombres, ce qui leur donne la réponse sans approximation dans les trois cas, et de façon plus économique pour eux.*

Une ébauche de réponse : la qualité du nombre à trouver.

Différences :

Ils ne relèvent pas du même champ conceptuel : P1 et P2 sont des problèmes additifs, P3 est un problème multiplicatif.

P1 et P2 ne comportent que deux données numériques, P3 comporte une troisième donnée inutile.

Les nombres proposés et le calcul en jeu rendent les approximations demandées plus ou moins difficiles :

- dans P1, 1512 + 989 peut être relativement vite approché en 1500+1000 ;
- dans P2, l'approximation de 1236-144 est moins évidente : plusieurs possibilités donnent le même résultat : , soit 1250 – 150 soit 1200-100 soit 1236 – 136 ;
- dans P3, le quotient exact (108 = 90 + 18 donc le nombre cherché est 12) peut être plus immédiat qu'une réflexion sur une approximation.

**Question 2 a**

*Cette question a pu troubler plus d'un candidat : en effet compte tenu de la simplicité des énoncés, on peut penser qu'elle n'est que peu pertinente…*

Un candidat qui voudrait tout de même répondre pourrait dire :
Les connaissances culturelles concernent :

- le vocabulaire : « jeunes volailles » englobe les poulets et les canetons ;
- les activités d'un éleveur qui reçoit des animaux jeunes et livre des œufs et des dindes en gros.

**Question 2 b**
**Compétences mathématiques mises en œuvre :**

- Reconnaître en P1 et P2 un problème additif, en P3 un problème multiplicatif.
- Mettre en œuvre une technique de calcul en choisissant éventuellement de faire un calcul exact et non un calcul approximatif comme demandé. Dans tous les cas ceci ne peut être envisagé avant le cycle 3.

<u>Pour un calcul exact lié à une procédure écrite il faut :</u>
- savoir faire une addition et une soustraction en ligne, chacune avec retenue en pointant chaque chiffre ;
- imaginer le partage de 10 dizaines en 9 parties, il reste une dizaine et 8 unités et voir que 18 = 9 x 2.

<u>Pour un calcul mental approché (ou exact) il faut :</u>
- savoir ce qui rend une addition ou une soustraction facile : ajouter ou soustraire des nombres entiers de centaines ; la soustraction de deux nombres ayant les mêmes unités, voire aussi les mêmes dizaines est facile ;
- savoir qu'on change peu le résultat d'une addition en retranchant à un des termes et en ajoutant à l'autre deux nombres à peu près égaux et qu'on change peu le résultat d'une soustraction en ajoutant ou retranchant des nombres à peu près égaux aux deux termes ;
- savoir en acte retrancher une somme en retranchant successivement chaque terme : pour retrancher 150 on retranche 50 puis 100 ;
savoir appliquer, pour la division, la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition : (9 x 10) + (9 x 2) = 9 x 12.

*Il n'est pas dit si ces textes sont à lire par l'élève ou lus par le maître. Une demande de calcul mental sera mieux comprise si le texte n'est pas écrit. En effet un texte écrit engagera l'élève, à juste titre, dans l'exécution d'une procédure écrite, souvent plus économique pour lui.*
*Le terme de calcul approximatif aurait pu être remplacé, pour prendre du sens, par une exigence de rapidité (un temps limité) et un concours du résultat calculé de tête le plus proche du résultat exact (contrôlé par écrit).*

**Question 3**
**Analyses des réponses de P3.**

Les élèves W et X n'ont pas reconnu un problème multiplicatif.
L'élève V a reconnu un problème multiplicatif, mais se l'est mal représenté (au sens

de Julo[14]).
L'élève Y a considéré qu'un carton contenait environ 10 dindes (première approximation) ; il a recherché un multiple simple de 10 proche de 108, et a donc donné la réponse 11.

*Remarque :*
*Il était demandé un calcul de tête et ces réponses écrites sont curieuses. S'agit-il d'un écrit fait au brouillon, ou de justifications écrites par les élèves, après-coup, à la demande de l'enseignant* ? *Quoi qu'il en soit cela confirme le peu de pertinence de ce document*.

[14] Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes JULO (2002) revue *Grand N* n°69 pages 31-52. IREM de Grenoble.

## SECOND VOLET (8 POINTS)

### *CALCUL MENTAL*

**Question 1**

*Là encore, il s'agit de calcul mental à faire par écrit… Rien ne permet donc de dire que les élèves n'ont pas effectué des calculs sur leur brouillon pour répondre…*

Dans A, il s'agit d'ajouter un entier à des décimaux non entiers dont la partie décimale est justement cet entier.
Dans B , il s'agit de retrancher 9 à des nombres entiers : une procédure efficace consiste à retrancher 10 et ajouter 1 (ou inversement), soit retirer 1 au chiffre des dizaines (quand celui-ci n'est pas nul) et ajouter 1 à celui des unités.
Dans C, il s'agit d'inférer la règle (-17) qui fait passer du premier nombre au deuxième et du deuxième au troisième et de l'appliquer : soit (procédure P1) retrancher 10 puis 7 (ou inversement), soit (procédure P2) retrancher 20 puis ajouter 3 (ou inversement), soit (procédure P3) retirer 2 au chiffre des dizaines et ajouter 3 à celui des unités…

**Question 2**

Pour A, l'élève N :

- Passage de 45,15 à 45,30 : l'élève N a d'abord ajouté 0,15 au lieu de 15 : il a sans doute réellement ou mentalement aligné les deux chiffres de droite de chaque nombre sans prendre en compte leur différence de valeur (le 5 de 15 représente 5 unités, le 5 de droite de 45,15 représente 5 centièmes).
- Passage de 45,30 à 45,15 : cette réponse est moins explicable : peut-être a-t-il voulu soustraire 15 à 45,30 (suite à une lecture trop rapide) selon le même théorème en acte : mauvais alignement.

Pour B , l'élève Q :

- Passage de 1020 à 111 : l'élève Q a d'abord, semble-t-il, retiré 9 au nombre des centaines et à celui des unités restantes : peut-être a-t-il ainsi interprété la succession des $\boxed{-9}$ ou bien les deux zéros dans le nombre l'ont-ils troublé.
- Passage de 111 à 102 : passage correct.
- Passage de 102 à 92 : il a retiré 10 au lieu de 9, sans doute une erreur de calcul.

Pour C l'élève T :

- Passage de 66 à 49 : correct sans doute selon la procédure P2 ou P3 d'après les erreurs qui suivent.
- Passage de 49 à 26 : il a bien diminué le chiffre des dizaines de 2, mais a aussi diminué celui des unités de 3 au lieu de l'augmenter.
- Passage de 26 à 9 : correct, il applique bien la procédure P2 ou P3.

**Question 3**

L'élève N méconnaît sans doute le sens des nombres décimaux et en particulier le rôle de la position du chiffre dans le nombre. Un travail en profondeur sur ces nombres et sans doute aussi sur les fractions qui peuvent leur donner du sens peut être nécessaire.

L'élève Q porte peut-être un regard différent sur les nombres dont des chiffres intermédiaires sont des zéros : mais cette hypothèse demande plus d'investigation. Il se peut aussi qu'il ait été perturbé par la disposition des nombres écrits et la succession des $\boxed{-9}$ .
Il pourrait sans doute être entraîné plus systématiquement sur l'addition ou la soustraction de 10, de 100… à des nombres afin de renforcer ses connaissances sur la numération.

L'élève T n'a pas besoin de remédiation : il a su inférer la règle et n'a commis qu'une erreur de gestion des signes.

*On ne peut exiger des candidats qu'ils décrivent des situations pour la remise à niveau des élèves de façon aussi détaillées que ce qui suit.*
*En revanche le sujet de concours aurait pu proposer ces situations assorties de questions aux candidats, ce qui aurait permis d'enrichir le sujet :*

***Travail sur les décimaux (CM)*** *:*
*L'enseignant veut redonner du sens au décimal en revenant à la signification de l'écriture :*

$$30{,}15 = 30 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$$

*<u>1- Travail sur l'écriture et les opérations :</u>*
*a- L'enseignant dispose de rouleaux de papier de machine à calculer utilisés dans les caisses des magasins.*
*Il fournit aux élèves deux cartons où sont dessinés un segment de longueur l'unité choisie, portant dix traits régulièrement espacés et un autre segment mesurant un dixième d'unité portant lui aussi dix traits régulièrement espacés.*
*Les élèves doivent découper une bande A mesurant par exemple 1,25 unités. Quand ils ont fini, ils vérifient ensemble s'ils ont tous la même bande. Expliciter les causes d'erreur.*

*Le même travail pourrait être fait avec des unités usuelles mètres, dm et cm (un peu grandes à manipuler) ou dm, cm, mm (un peu petites au moment de la validation du moins pour une première séance)*

*b- Le travail continue par groupe de deux élèves, toujours avec l'unité de départ : un des élèves reçoit une bande B (mesure par exemple 1,08) et doit envoyer une mesure à son voisin qui n'a pas vu la bande de sorte que celui-ci puisse découper* *une autre bande superposable. Vérification. Mise en commun dans la classe. On recommence en échangeant les rôles avec une bande C ( par exemple mesure 0,35)*

*c- On recommence la même activité avec des mesures différentes et cette fois en utilisant la graduation du dm.*
*On colle bout à bout une bande B et une bande C en suivant pour la jonction une ligne droite préalablement tracée sur un papier. Il faut prévoir uniquement par le calcul la longueur de la bande finale. On vérifie la prévision avec la mesure.*
*Coller maintenant une bande C sur une bande B avec un bout commun. Il faut prévoir la longueur du morceau qui dépasse. On vérifie avec la mesure.*

*<u>2- Travail sur l'ordre :</u> Le maître écrit un décimal sur un papier caché aux élèves et ceux-ci par groupes de 4 doivent proposer un nombre pour essayer de tomber sur le nombre choisi. L'enseignant répond par « trop grand » ou « trop petit ». Dans chaque groupe les élèves doivent se consulter sur la proposition à faire et s'organiser pour noter les renseignements qui résultent des réponses de l'enseignant (utiliser les symboles < ou > ou bien représenter où se trouve le nombre cherché par des intervalles sur une graduation*

***B- Travail sur la numération (CE2) :***
*L'enseignant veut redonner du sens à la numération de position, la valeur que prend chaque chiffre dans un nombre du fait de sa place.*

*1- Chaque groupe d'élèves disposent d'un tas de jetons (un nombre un peu supérieur à 1000 , par exemple 1020). Ils doivent écrire le nombre de jetons. Pour les compter sans erreur, ils vont faire des tas de 10. Ils disposent de petites enveloppes dans lesquelles ils vont mettre 10 jetons, d'enveloppes moyennes dans lesquelles ils mettront 10 petites enveloppes et de grandes enveloppes pour mettre 10 enveloppes moyennes. Quand tout est rangé dans les enveloppes, ils écrivent le nombre de jetons et comparent leurs écritures.*

*2- Un élève reçoit une collection de cubes de numération emboîtables. Les cubes sont groupés en gros cubes de mille, des plaques de 100 (moins de 10 plaques) , des barres de 10 (moins de 10 barres) et des cubes isolés (moins de 10 cubes) . Il doit à partir de cela écrire le nombre de cubes, passer ce nombre à son voisin qui doit reconstituer une collection ayant le même nombre de cubes que l'émetteur. Il va chercher les cubes lui-même dans des paniers où il trouve tous les groupements possibles en vrac. Vérification en comparant les deux collections.*
*On recommence mais cette fois l'émetteur reçoit un nombre, il doit constituer une collection ayant ce nombre de cubes et le récepteur doit retrouver à partir de la collection le nombre donné par l'enseignant.*

*3- Jeu du nombre caché : même jeu que pour les décimaux mais avec des grands nombres entiers. L'enseignant choisit par exemple 3406 puis 10 043.*

***C- Travail sur la soustraction en calcul mental (CE 2 et au delà ) :***
*L'enseignant veut travailler la soustraction en calcul mental.*

*1- L'enseignant pose un calcul à faire mentalement par exemple : 92-18*
*Chaque élève écrit une réponse sur son ardoise et montre son ardoise.*

*L'enseignant recueille les résultats au tableau puis un élève vient devant la classe réaliser la soustraction avec les cubes de numération : à partir de 9 barres de 10 et 2 unités, il doit enlever 18 cubes.*
*Différentes manipulations sont possibles qui correspondent au raisonnement du calcul mental : enlever une barre et deux cubes puis casser une autre barre pour enlever encore 6 cubes ou bien enlever deux barres et rajouter deux cubes.*

*2- Recommencer à partir de 100 par exemple en enlevant successivement 18 et encore 18. Les élèves doivent écrire les deux résultats successifs sur leur ardoise. Manipulation avec les cubes en deux temps comme le calcul.*

# INDEX DE QUELQUES MOTS CLÉS