Corrigé

Exercice 2

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES - Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 5**

MATHÉMATIQUES - Série L

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 4**

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9 .

EXERCICE 2 (5 points)

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.

Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

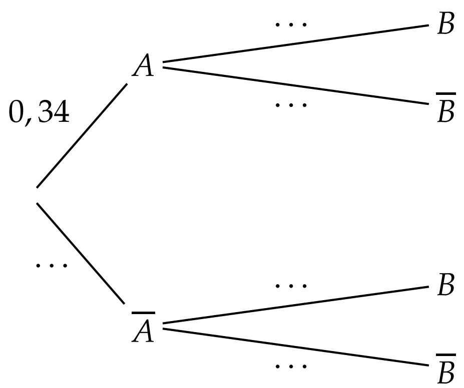
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : « le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes » ;
- B : « le coureur a moins de 60 ans » ;

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. **a)** Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.

b) Vérifier que $P\left(\overline{B}\right) \simeq 0,123$.

c) Calculer $P_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Partie B

On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 39$.

1. Calculer $P(210 \leqslant T \leqslant 270)$.

2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon.

Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.

3. **a)** Calculer $P(T \leqslant 300)$.

b) Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t, arrondi à l'unité, vérifiant $P(T \geqslant t) = 0,9$.

c) Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

EXERCICE 2

[Inde, Pondichéry 2017]

Partie B:

1. Calculons $P(120 \leqslant T \leqslant 270)$:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- T suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 39$.
- T ' suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(120 \leqslant T \leqslant 270)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(120 \leqslant T \leqslant 270) \approx 0,543.$$

Au total: $P(120 \leqslant T \leqslant 270) \approx 54,3\%$.

2. Calculons la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes:

Soit P_1, la probabilité qu'un coureur ait mis entre 210 et 270 minutes, pour finir le marathon.

Soit P_2, la probabilité demandée: $P_2 = P_{[210 \leqslant X \leqslant 270]}(T \leqslant 240)$.

D'où: $P_2 = \dfrac{P((210 \leqslant T \leqslant 270) \cap (T \leqslant 240))}{P_1}$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{P(210 \leqslant X \leqslant 240)}{P_1}.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $P_2 \approx 0,453$.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: $45,3\%$.

3. a. Calculons $P(T \leqslant 300)$:

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(T \leqslant 300) \approx 0,9.$$

Au total: $P(T \leqslant 300) \approx 90\%$.

3. b. Déterminons la valeur du réel " t ", arrondi à l'unité, sachant que nous avons $P(T \geqslant t) = 0,9$:

$$P(T \geqslant t) = 0,9 \iff P\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \geqslant \frac{t-\mu}{\sigma}\right) = 0,9$$

$$\iff P\left(T' \geqslant \frac{t-250}{39}\right) = 0,9$$

$$\Rightarrow P\left(T' \leqslant \frac{-t+250}{39}\right) = 0,9.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{-t+250}{39} \approx 1,29 \Rightarrow t \approx 200 \text{ minutes}.$$

Au total, la valeur recherchée pour " t " est d'environ: 200 minutes.

3. c. Interprétons le résultat obtenu:

Cela signifie qu'il y a 90% de chance pour qu'un coureur mette plus de 200 minutes pour finir le marathon.