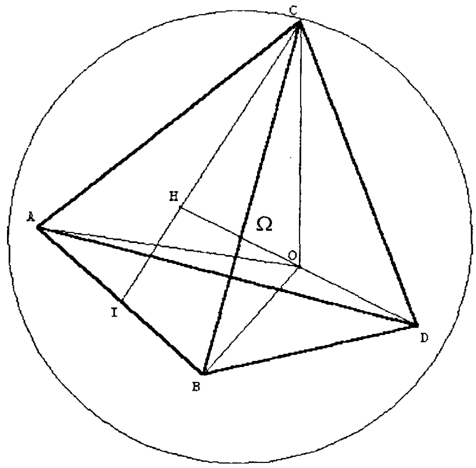
CORRECTION SUJET NATIONAL – BAC S - 2003

Enseignement obligatoire , juin 2003

B) CORRECTION de l' EXERCICE 2 : Partie Obligatoire (candidats n'ayant pas suivi l'option de spécialité)

1. Nature du triangle ABC
Le triangle ABC est équilatéral.



2. La droite (AB) est perpendiculaire à (CI) par définition et à (0I) puisque le triangle AOB est rectangle isocèle.
Elle est donc perpendiculaire au plan (OCI), donc orthogonale à (OH).
Pour la suite, (OH) est perpendiculaire à (CI) et orthogonale à (AB), donc perpendiculaire au plan (ABC).

On peut poursuivre le raisonnement « en tournant »

autour de (OH) ou montrer que, dans le triangle rectangle OCI, les segments déterminés par la hauteur sur l'hypoténuse sont dans un rapport 2, qui caractérise H comme centre de gravité, donc orthocentre, du triangle équilatéral ABC.

3. a. Calcul du volume
Le volume se calcule par la formule : $\mathrm{V}=\frac{1}{3}\times a\times\frac{a^2}{2}$, qu'on écrit : $\mathrm{V}=\frac{a^3}{6}$.

Le côté du triangle équilatéral ABC est $a\sqrt{2}$.

Son aire est : $\mathrm{S}=\frac{1}{2}\times a\sqrt{2}\times\frac{a\sqrt{2}\sqrt{3}}{2}$, qu'on écrit : $\mathrm{S}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

b. Expression de OH
On a : $\mathrm{OH}=\frac{3\mathrm{V}}{\mathrm{S}}$, et donc $\mathrm{OH}=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

4. Etude de ABCD

4. a. On a donné plus haut une définition barycentrique de H.

b. Cette longueur commune est $a\sqrt{2}$.

c. Ω appartient au plan médiateur de chacune des segments [AB], [BC], [CA], donc à leur intersection (OH).
On peut écrire ΩA = ΩD comme une équation : $\left(x+\frac{a}{3}\right)^2+\left(x+\frac{a}{3}\right)^2+\left(x+\frac{a}{3}\right)^2=(x-a)^2+x^2+x^2$,

dont la solution est $\frac{a}{6}$. Le point S2 est le milieu de [OH]

(ce qui peut aussi être trouvé avec un raisonnement barycentrique).